

Untersuchung des Gefrierverhaltens von Wasser



Wettbewerb „Jugend forscht“ 2009/2010

Pia Lübke (15 Jahre)

Arbeitsgemeinschaft „Jugend forscht“
des Christian-Gymnasiums Hermannsburg, Europaschule
Leitung: Michael Zilk

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|----|
| 1 | Einleitung | |
| 1.1. | Fragestellung | 1 |
| 1.2. | Über mich | 1 |
| 2 | Vorüberlegungen | |
| 2.1. | Geplanter Projektverlauf | 2 |
| 2.2. | Was ist Wärme? | 2 |
| 2.3. | Aggregatzustände | 3 |
| 2.4. | Generelle Einflüsse auf das Gefrierverhalten: Mpemba- Effekt | 4 |
| 3 | Messungen | |
| 3.1. | Messreihen zum Thermometerabgleich | 5 |
| 3.2. | Messreihen zum Gefrierverhalten von Wasser | 8 |
| 3.3. | Messreihen zum Kondensierverhalten von Wasser | 11 |
| 4 | Beobachtungen | |
| 4.1. | Beurteilung der Messergebnisse | 11 |
| 5 | Auswertungen | |
| 5.1. | Folgerung | 13 |
| 5.2. | Fazit und Ausblick | 15 |
| 6 | Danksagungen | 15 |
| 7 | Quellenangaben | 15 |

1 Einleitung

1.1. Fragestellung

Immer wieder hört man von dem Phänomen, das heißes bzw. siedendes Wasser schneller gefriere als kaltes Wasser. - Doch wie kommt es dazu?

Seit jeher machten es sich Wissenschaftler zur Aufgabe, dieses Gefrierverhalten zu erklären und Gesetzmäßigkeiten zu finden.

Noch immer ist man sich nicht vollständig darüber einig, wie „schnelleres Gefrieren“ definiert werden soll. Generell lässt sich unter „schnellerem Gefrieren“ verstehen, dass zwei exakt gleiche Wassermengen -eine im heißen Zustand, eine im kalten- unter denselben Bedingungen gefrieren und die anfangs heißere Wassermenge ab einem bestimmten Zeitpunkt eine niedrigere Temperatur annimmt, als die anfangs kalte Wassermenge.

Da ich doch schon häufiger von dem verblüffenden Gefrierverhalten des Wassers gehört habe, nahm ich mir vor, im Alltag gezielt auf das Auftreten des Phänomens zu achten. Mir fiel auf, dass ich bisher genau das Gegenteil vermutete. Beispielsweise beim Herstellen von Eiswürfeln ging ich davon aus, dass das Wasser früher gefriere, wenn man das Wasser vorher ablaufen lässt, bis es kalt ist. Nun wurde mir meine Fehlannahme bewusst und ich beschloss mich in dieser Arbeit genauer mit der Thematik zu beschäftigen.

Durch verschiedene Messreihen bezüglich des Gefrier-bzw. Abkühlverhaltens von Wasser möchte ich Faktoren darstellen, die das schnellere gefrieren von heißem Wasser begründen.

1.2. Über mich

Derzeit besuche ich die 10. Klasse des Christian- Gymnasiums Hermannsburg. Ich bin 15 Jahre alt und arbeite seit dem 13. Lebensjahr an „Jugend forscht“- Projekten mit. Dieses Projekt ist allerdings mein erstes, mit dem ich an einem Wettbewerb teilnehme.

Seit Ende Oktober `09 arbeite ich an diesen Versuchsreihen, liebe sie aber auch immer parallel mit biologisch- und chemischen Themen. Momentan schwanke ich mit meinem Studienwunsch noch zwischen Bioingenieurwesen und Life Sciences. Somit kann ich mir gut vorstellen im nächsten Jahr an einem fachübergreifenderen Projekt zu arbeiten.

2 Vorüberlegungen

2.1. Geplanter Projektverlauf

Zu Beginn meines Projektes möchte ich unterschiedliche Thermometertypen untereinander vergleichen, um das am besten geeignete Thermometer für die eigentlichen Messungen zu ermitteln. Im Weiteren sollen Messreihen zum Temperaturverlauf bzw. zur Wasserverdunstungsmenge während des Kondensier- und Gefrierprozesses folgen. Unter anderem möchte ich diese Messreihen in verschlossenen und unverschlossenen Gefäßen durchführen.

2.2. Was sind eigentlich Wärme und Temperatur genau?

Den gesamten Projektverlauf über ist die Temperatur die ausschlaggebende Größe für meine Messreihen oder vielmehr der Grund, wieso sich überhaupt meine Fragestellung ergibt. Doch was ist Wärme bzw. Temperatur genau?

Wärme ist thermische Energie, die „transportiert“ wird. Sie kann in andere Energieformen, unter anderem auch in innere Energie, also in einem Molekülverband gebundene Energie umgewandelt werden.

Die physikalische Größe Temperatur misst die mittlere ungerichtete Bewegungsenergie der kleinsten Teilchen (Atome, Moleküle oder Kristallabschnitte) eines Stoffes. Hat ein Stoff unter sonst gleichen Bedingungen eine höhere Temperatur, so bewegen sich die Stoffteilchen im Mittel schneller. Zugeführte Wärmeenergie kann in Bewegungsenergie der Moleküle umgewandelt werden, so dass die Kräfte zwischen den Teilchen geschwächt werden und eine Zustandsänderung, also ein Aggregatzustandswechsel eintreten kann.

Solange die zugeführte Wärmeenergie dafür benötigt wird, die Bindungen zwischen den Teilchen zu schwächen, kann man keine Temperaturerhöhungen messen, obwohl dem Stoff weiterhin Energie zugeführt wird.

Diese sind im Temperaturverlaufdiagramm als Plateaus (Haltepunkte erkennbar):

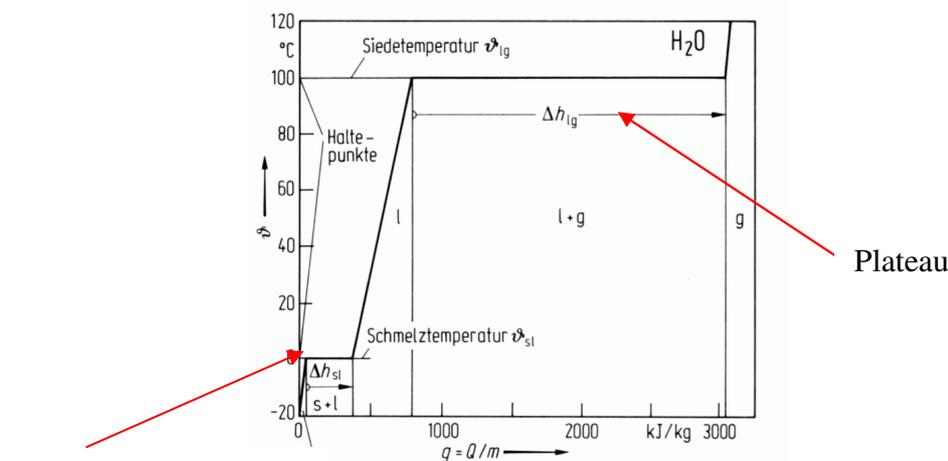


Abb. 1 :[2] 20. Erwärmungsverlauf für 1 kg H₂O: Haltepunkte bei Schmelz- und Siedetemperatur. s: fester, l: flüssiger und g: gasförmiger Zustand.

2.3. Aggregatzustände

Wie alle Stoffe ändert auch Wasser seinen Zustand mit der Temperatur, wobei sich Wasser allerdings in seinem Verhalten teilweise anders verhält als die Mehrheit der anderen Stoffe (Anomalie des Wassers).

Zur genauen Beschreibung der Stoffzustände und der Zustandsänderungen werden in der „Quantenphysik“ und der „Statistische Physik“ beschrieben und die Natur auf der mikroskopischen Ebene betrachtet.

Vereinfachend kann man die einzelnen Stoffe durch räumliche Anordnung der ihrer Atome und ihre relative Entfernung zu einander bestimmen, ob ein Stoff als fest, flüssig oder fest bezeichnet wird.

Im festen Zustand befinden sich die Atom relativ nah beieinander und bilden eine (idealer Weise) symmetrische räumliche Anordnung eines Kristalls. Es gibt nur relativ wenige Kristallstrukturen, die die thermischen, elektrischen und mechanischen Eigenschaften der Körper bestimmen.

Der flüssige Zustand ist dadurch gekennzeichnet, dass die Atome noch durch Kraftwirkungen miteinander verbunden sind, jedoch keine Kristallstruktur mehr bilden. Flüssigkeiten haben noch ein eindeutiges Volumen und lassen sich nicht komprimieren.

Wenn die Atome keine Kräfte mehr aufeinander ausüben, dann befindet sich der Stoff im gasförmigen Zustand. Gase nehmen jedes zur Verfügung stehende Volumen ein und lassen sich somit komprimieren.

Die Änderung des Aggregatzustandes mit der Temperatur wird im Zustandsdiagramm sichtbar gemacht. Diese Änderungen hängen vom äußeren Druck und der Umgebungstemperatur ab und werden in so genannten Phasendiagrammen dargestellt.

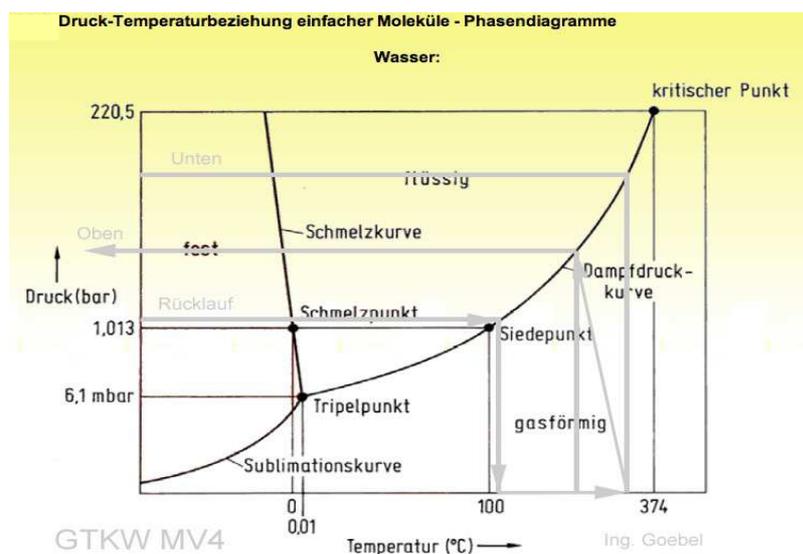


Abb. 2 [3]

Am Tripelpunkt haben die drei Phasen gleiche Eigenschaften.

2.4. Der Mpemba- Effekt

Der Mpemba- Effekt beschreibt die Gesamtheit der bisher bekannten Faktoren, die zum schnelleren Gefrieren von heißem Wasser führen.

Den größten Anteil des Phänomens macht dabei die Verdunstung aus. Die stärkere Verdunstungsmenge bei heißem Wasser bewirkt eine geringere Wassermenge, die noch gefrieren muss, somit ist die Gefrierzeit geringer. Die verdunstete Wassermenge nimmt mit steigender Temperatur des Wassers zu. Diese Tatsache scheint plausibel, dennoch ist sie nicht hinreichend um den Mpemba- Effekt zu erklären.

Ein weiterer Faktor ist die Unterkühlung, in einem sehr reinen Gefäß, ohne jegliche kristalline Partikel als Kristallisationskeim, ist es möglich, dass die Temperatur deutlich unter dem Gefrierpunkt liegt, ohne Eiskristalle auszubilden.

Zusätzlich sollte man die Konvektion betrachten, dies bedeutet, dass das Wasser beim Gefrieren nicht an allen Stellen die selbe Temperatur hat, durch den Temperaturunterschied entstehen Strömungen, die zu einer verstärkten Abkühlung führen. Diese Strömungen treten vermehrt im warmen Wasser auf und führen somit zu einer stärkeren Kühlung des heißen Wassers.

Auch der Wärmeleitkoeffizient der Gefäße ist ein wichtiger Gesichtspunkt. Ist der Koeffizient niedrig, kann eine große Menge Wasser verdampfen, ist er aber zu gering, erschwert er die Eisbildung.

Ferner spielen die, beim Gefrieren von warmen Wasser verstärkt auftretenden, eingeschlossenen Gasbläschen eine Rolle. Die eingeschlossenen Gase können eine Herabsetzung des Gefrierpunktes bewirken und somit auch ein schnelleres Gefrieren des heißen Wassers.

Dieser Faktor bewirkt dennoch nur eine geringfügige Herabsetzung des Gefrierpunktes. [1] [4]

3 Messungen

3.1. Messreihen zum Thermometervergleich

Um das am besten geeignete Thermometer für die folgenden Versuchsreihe zu finden, führe ich zuerst eine Messreihe zum Thermometervergleich durch. Dabei handelt es sich um 2 Thermofühler, ein Quecksilberthermometer und ein Digitalthermometer. Die Außentemperatur beträgt $21,5\text{ }^{\circ}\text{C}$, gemessen wird minütlich über 20 Minuten. Es werden 200ml siedendes Wasser in einen Erlenmeyerkolben gefüllt und der erste Wert nach 1 Minute genommen.

Allerdings werden bei dem Digitalthermometer, sowie bei dem Quecksilberthermometer nur alle 5 Minuten Werte gemessen, da die Messreihe lediglich der Überprüfung gilt, denn in den späteren Gefrierversuchen ist es nur möglich mit den Thermofühlern zu arbeiten.



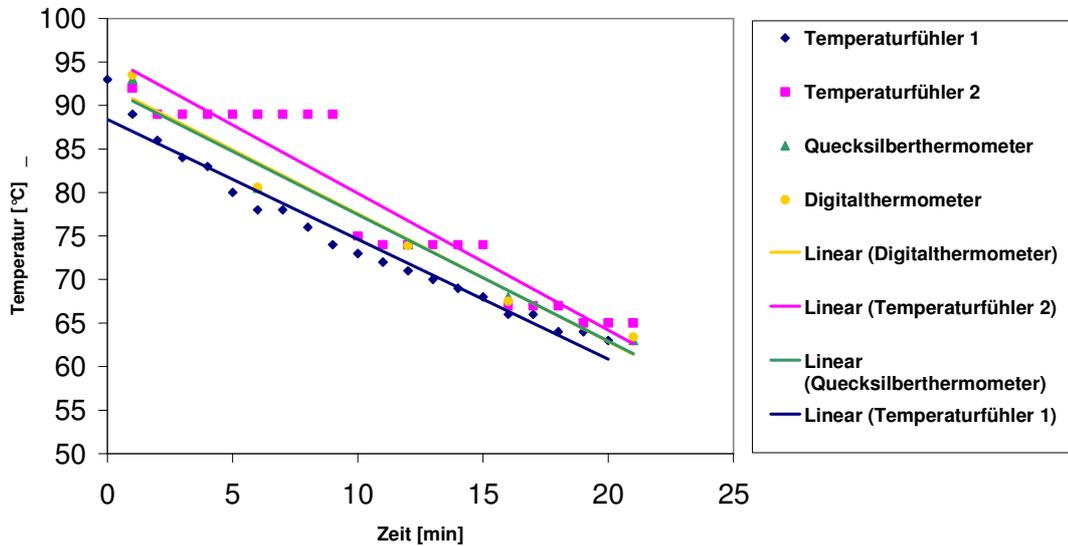
Abb. 1 : der beschriebene Aufbau



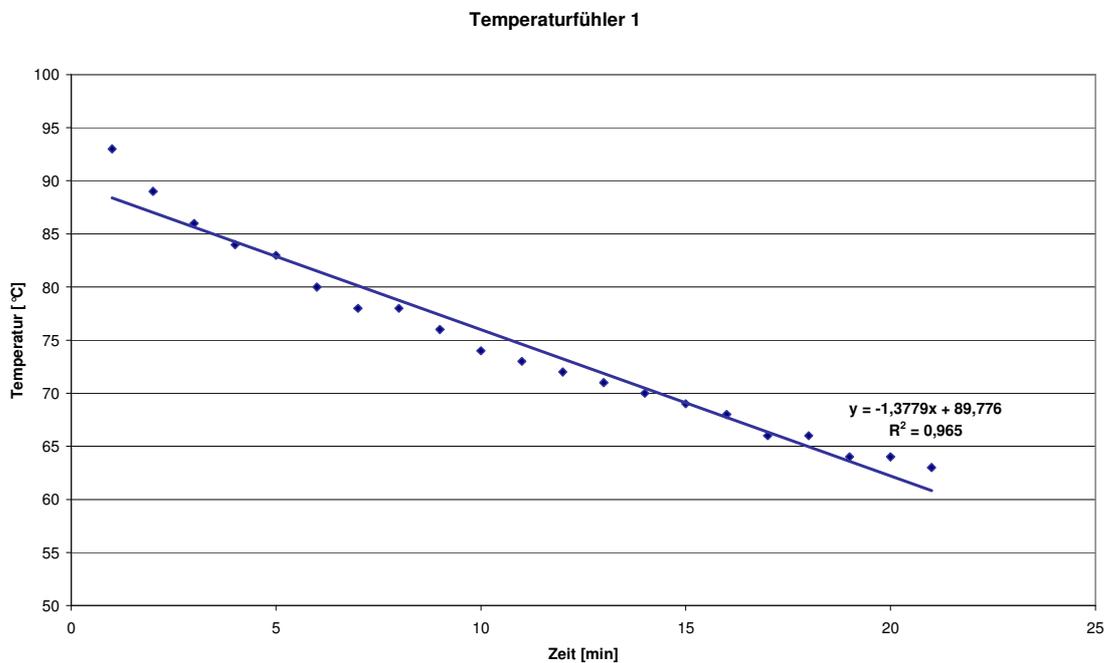
Abb. 2: Thermofühler, Quecksilberthermometer, Digitalthermometer

Messwerte:

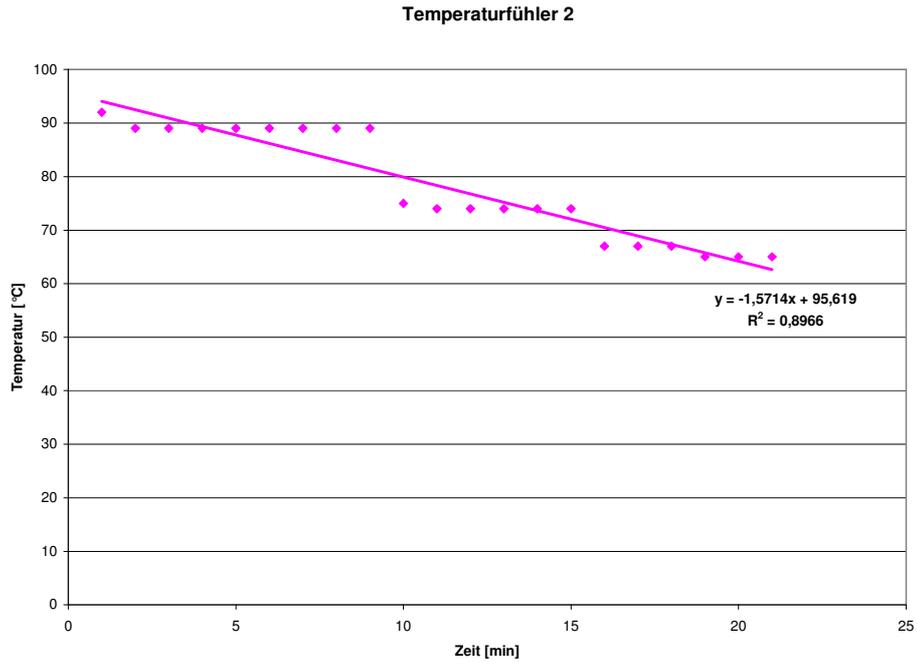
Vergleichende Temperaturmessung mit verschiedenen Thermometern



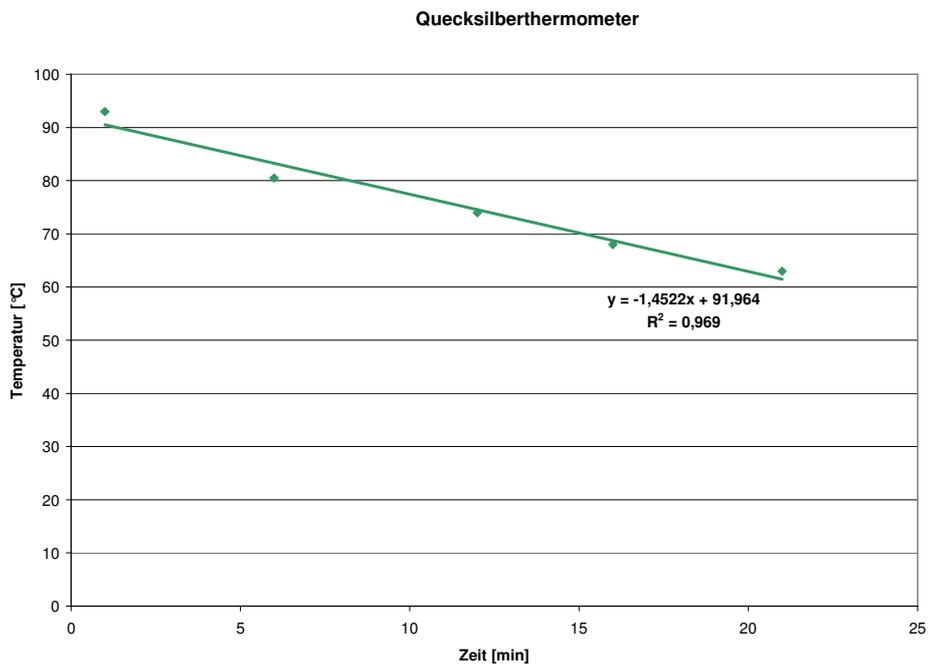
Anmerkung: Die Linearen Graphen stellen die Regressionsgeraden der Messpunkte dar.



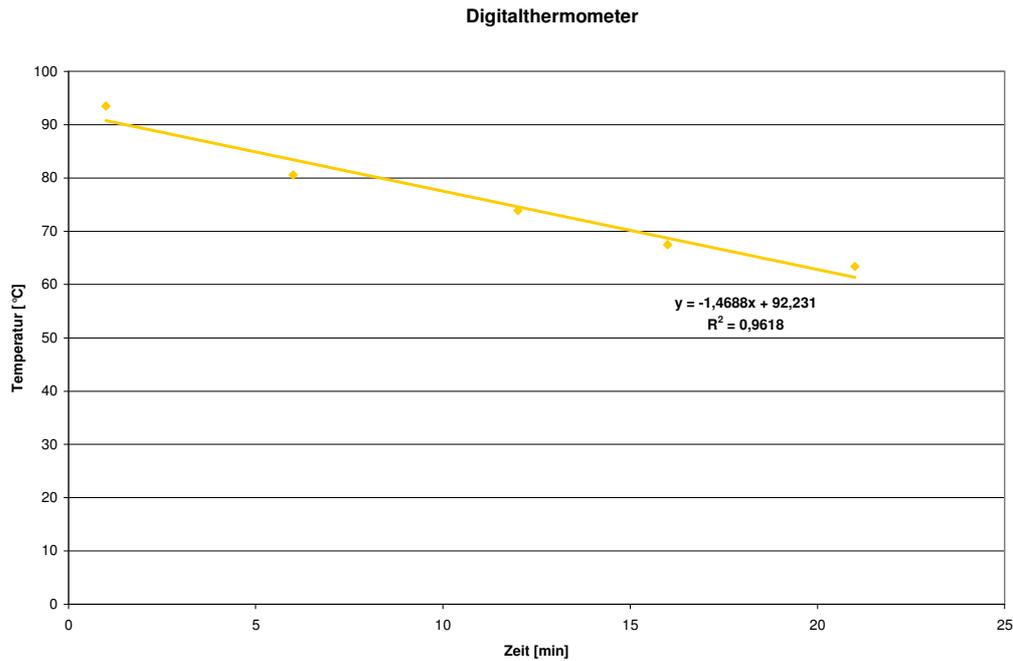
Korrelationsfaktor: 0,965 (je näher an 1, desto besser)



Korrelationsfaktor: 0,896



Korrelationsfaktor: 0,969



Korrelationsfaktor: 0,962

3.2. Messreihen zum Gefrierverhalten von Wasser

Nach den Nebemessungen gelange ich jetzt zu den hauptsächlichen Messungen, sie sollen die eigentlichen Ergebnisse für meine Folgerungen liefern.

Alle Versuche laufen unter einer Umgebungstemperatur von -20 °C ab.

Zunächst führe ich eine einfache Reihe durch, um die sinnvollen Zeitabstände zwischen den weiteren, etwas komplexeren Messungen einschätzen zu können.

3.2.1. Einfacher Aufbau mit einem Erlenmeyerkolben

Der einfachere Aufbau besteht aus einem Erlenmeyerkolben, der mit 200 g siedendem Wasser befüllt wird und mit einem Gummistopfen versehen ist. In dem Stopfen befindet sich ein 5 mm dickes Loch, durch das die 2 Thermofühler in dem Kolben befestigt werden können, sodass sie das Glas nicht berühren. Gemessen wird alle 5 Minuten, über einen Zeitraum von 100 Minuten.

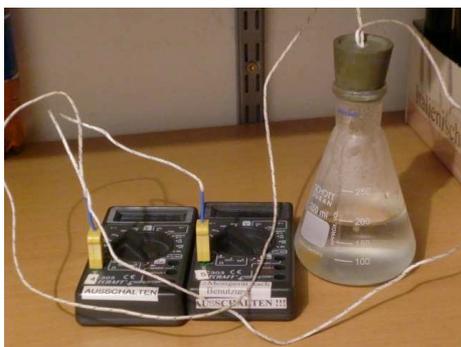
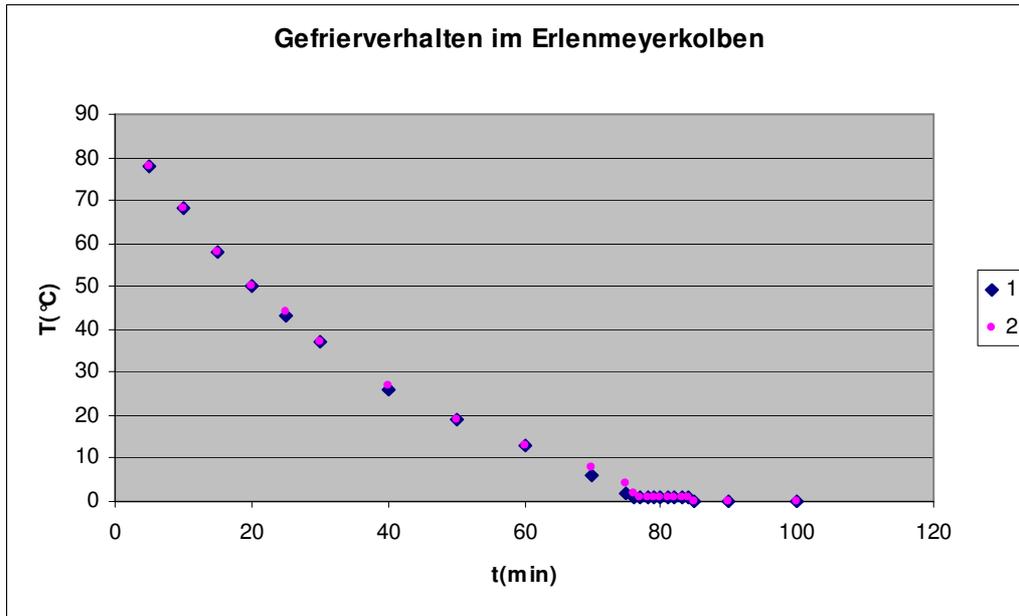


Abb.1: - Thermofühler, Erlenmeyerkolben 200 ml Wasser



Abb. 2: Kolben bereits in Gefrierschrank

Aus der Wertetabelle ergeben sich folgende Punkte Messwerte:



3.2.2. Gefrierverhalten von kaltem und heißem Wasser in verschlossenen Gefäßen

Diese Messreihe wird in 2 identischen Kunststoffbehältnissen durchgeführt, welche beim Gefrieren verschlossen sind. Die Wassermenge beträgt 200 g. Die Temperatur wird auch hier mit den getesteten Thermofühlern bestimmt.

Neben der Temperatur wird auch das Gewicht der angefrorenen Kondenswasser- menge am Deckel ermittelt.

Ausgangstemperaturen : 15°C bzw. 70°C

Messungszeitraum : 85 Minuten

Messintervall: 1 Minute

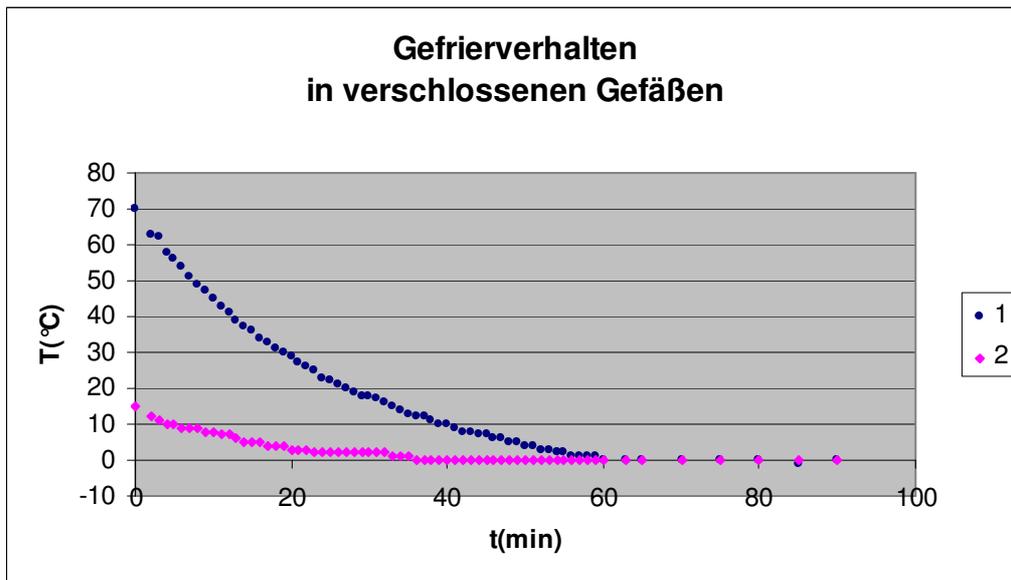


Abb 1 : Kunststoffbehältnis mit mittig fixiertem Thermofühler



Abb 2 : Auswiegen der Wassermenge

Messwerte:



Am Deckel des Gefäßes mit dem heißen Wasser sind 4 Gramm Wasser kondensiert, am Deckel des kalten Wassers ist 1 Gramm Wasser kondensiert.

3.2.3. Gefrierverhalten von kaltem und heißem Wasser in unverschlossenen Gefäßen

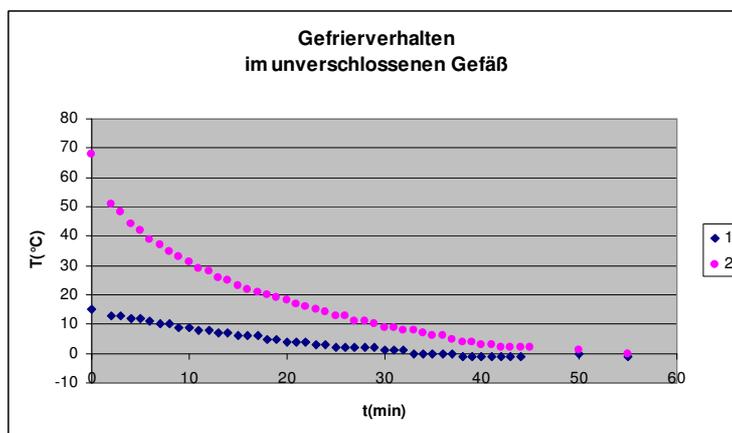
Der nächste Messaufbau ist identisch dem Aufbau von 3.2.2 (die Deckel werden für diese Messreihe jedoch nicht benötigt). Statt der Wassermenge am Deckel wird die verdunstete Wassermenge nun durch Rückwaage ermittelt.

Ausgangstemperaturen: 15°C bzw. 68°C.

Messdauer: 60 Minuten

Messintervall: 1 Minute

Messwerte:



In dem Behältnis mit dem vorher 15°C warmen Wasser sind 17 Gramm Wasser verdunstet, in dem Gefäß mit dem anfangs 70°C warmen Wasser sind 20 Gramm verdunstet.

3.3. Messreihen zum Kondensierverhalten von Wasser

Der Aufbau dieses Versuches entspricht dem der letzten beiden Aufbauten, die Umgebungstemperatur beträgt nun aber nicht mehr -20°C , sondern 20°C .

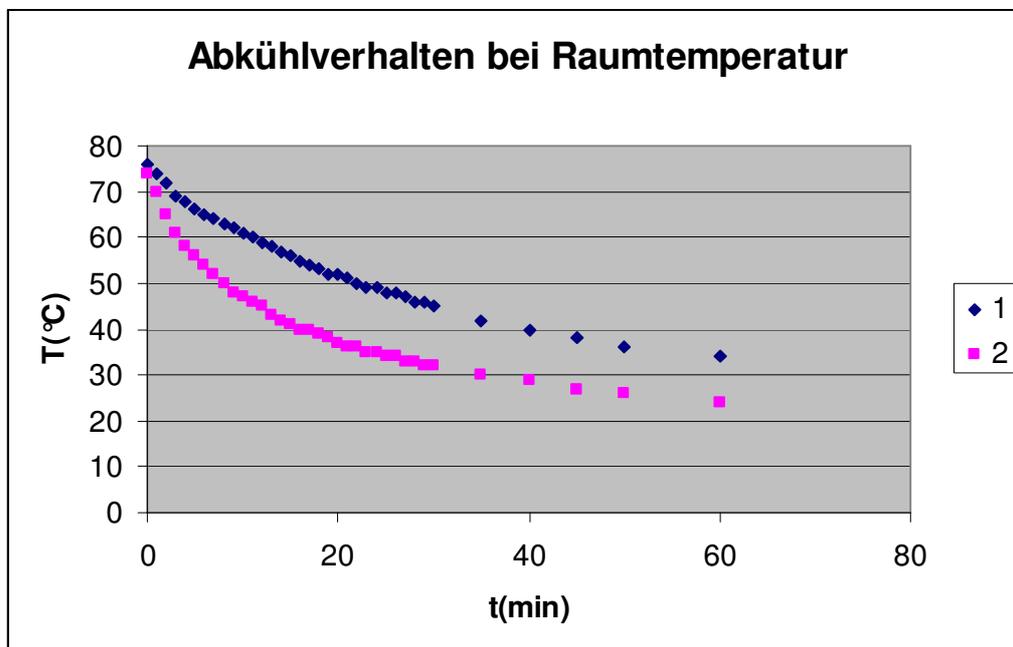
Eine Messreihe wird in dem unverschlossenen Behälter durchgeführt, die zweite in dem verschlossenen Behälter. Auch hier wird die verdunstete Wassermenge ermittelt.

Ausgangstemperaturen: in beiden Gefäßen 75°C

Messzeitraum: 60 Minuten

Messintervall: 1 Minute über 60 Minuten.

Messwerte:



In dem unverschlossenen Gefäß sind 40 Gramm Wasser verdunstet, in dem verschlossenen Gefäß sind 1 Gramm Wasser entwichen.

4 Beobachtungen

4.1. Beurteilung der Messergebnisse

zu 3.1.

Beim Thermometervergleich fällt auf, dass bei der mathematischen Regression der durch die Messwerte entstandenen Graphen, der Graph des Quecksilberthermometers den besten Korrelationsfaktor ergibt. Den zweitbesten Wert erzeugt der Thermofühler 1, darauf folgt das Digitalthermometer und den schlechtesten Korrelationswert liefert der Thermofühler 2.

Die unstimmgige Messreihe des Digitalthermometers gegenüber der des Thermofühlers resultiert aus geringerer Messpunktzahl bei höherer Empfindlichkeit.

Trotz der relativ wenigen Messpunkte liefert das Quecksilberthermometer die genauesten Werte im direkten Vergleich.

Die am ähnlichsten verlaufenden Regressionsgeraden haben die beiden Thermofühler, obwohl der 2. Thermofühler offenbar defekt ist.

Letztendlich habe ich mich für die Thermofühler entschieden, da nur sie problemlos in der Gefriertruhe einsetzbar sind. Der defekte Messfühler wird für die weiteren Messungen durch einen identischen, funktionierenden Fühler ausgetauscht.

zu 3.2.

Die Messung mit dem Erlenmeyerkolben diene ausschließlich dem Abschätzen der Messabstände für die weiteren Versuche. Da am Anfang sehr starke Temperaturschwankungen auftraten, entschied ich bis zur 30. Minute minütlich zu messen, später würden auch 5 bis 10 Minuten Abstand reichen. Trotzdem ergab sich aus den wenigen Messwerten ein typisches Temperaturverlaufdiagramm, in dem auch das Plateau vor dem Aggregatzustandswechsel sehr gut erkennbar ist.

In den Messungen des Gefrierverlaufes der kälteren Wassermenge im Vergleich zur wärmeren, ist auch dort, besonders bei dem Versuch mit den verschlossenen Gefäßen, der typische Temperaturverlauf erkennbar. Die Graphen des kälteren und des wärmeren Wassers nähern sich bis zur Nullgradgrenze sehr eng an, dennoch schneidet der Graph (was laut Mpemba -Effekt zu erwarten wäre) der wärmeren Ausgangstemperatur nicht den Graph der kälteren.

Bei der Messung der kondensierten Wassermengen an den Deckeln (bei verschlossenen Gefäßen) fällt auf, dass nach dem Gefrieren im Gefäß mit dem heißen Wasser 4g Kondensat am Deckel angefroren sind. Am Deckel mit dem kalten Wasser aber nur unter 1g.



Abb. 1 : links Deckel mit 1 g Kondenswasser,
rechts Deckel mit 5 g Kondenswasser

Auffällig in den beiden vergleichenden Gefrierversuchen ist, dass in den Behältnissen mit dem anfangs kalten Wassermengen die entstandenen Eisschichten deutlich dicker sind, obwohl die gemessenen Temperaturen in allen Gefäßen bei 0°C liegen.

zu 3.3.

Die Temperatur des Wassers im verschlossenen Gefäß sinkt deutlich langsamer, als die Temperatur des Wassers im offenen Gefäß.

Nach 60 Minuten hat das Wasser im unabgedeckten Behältnis schon fast Raumtemperatur angenommen, sie beträgt 24°C, die Temperatur des abgedeckten Behältnisses noch 34°C.

Durch Rückwaage ermittelt, beträgt die Verdunstungsmenge im unverschlossenen Gefäß 40 g (verschlossen ergaben sich keine Verluste).

5 Auswertungen

5.1. Folgerung

Aufgrund meiner Messungen nehme ich an, dass es mir nicht möglich war, den Mpemba- Effekt zu erzeugen bzw. ihn nachzuweisen. Ich konnte die anfangs schnellere Temperaturabnahme von heißem Wasser erkennen, welche durch die stärkere Temperaturdifferenz zwischen dem heißem Wasser und der Umgebungstemperatur begründet ist. Die Temperaturen der anfangs heißen und der kalten Ausgangstemperatur glichen sich kurz vor dem Aggregatzustandwechsel aber an und verharrten dort. Durch meine Messungen erhielt ich immer das typische Temperaturverlaufdiagramm. für Wasser, in dem das Verharren der Temperatur am Nullpunkt als Plateau erkennbar ist (siehe 2.3.).

Trotz der Abweichung vom Mpemba- Effekt in meinem Versuch konnte ich die stärkere Verdunstung des heißen Wassers und die damit geringere Wassermenge, die gefrieren soll auch erkennen (3.3.). Die Verringerung der einfrierenden Wassermenge durch Verdunstung ist der Hauptgrund für den Mpemba- Effekt, somit ist er in geschlossenen Gefäßen nicht zu beobachten.

Es wäre also möglich, dass der Mpemba Effekt in den nicht geschlossenen Gefäßen aufgetreten ist, er aber durch Thermometerungenauigkeit und die geringe Thermometerempfindlichkeit nicht nachweisbar war.

Da die Thermofühler nur eine Empfindlichkeit von einem Grad haben, können die Messungen um bis zu 0,5 °C abweichen. ein möglicherweise geringer Mpemba- Effekt könnte eventuell nicht messbar sein.

Zusätzlich können geringfügig unterschiedliche Temperaturen innerhalb der Wassermengen (siehe 2.4.) und die leicht abweichenden Positionen der Messfühler zu schwankenden Messwerten führen. Kontinuierliches Rühren auf einen Magnetrührer kann solche Schwankungen vermeiden, allerdings auch die Verdunstungsmenge erhöhen, die genauen Verdunstungsmengen durch Rühren könnten in einem zusätzlichen Versuch ermittelt werden.

In den folgenden Abbildungen möchte ich deutlich machen, wie sich das Rühren auf die Durchmischung des Wassers auswirkt:

Abb. 1: Unter Rühren verteilt sich der Farbstoff gleichmäßig



Abb. 2: Im unbewegten Wasser verteilt sich der Farbstoff ungleichmäßig und langsam



Anhand meiner Temperaturmessungen kann ich noch mit Sicherheit annehmen kann, dass der Mpemba- Effekt nicht aufgetreten ist. Darauf stellte ich fest, dass das Eis in dem anfangs heißen Wasser dünner war, als in dem kälteren Wasser, obwohl beim Auftreten des Effekts nach gleicher Messzeit das Eis im wärmeren Wasser dicker sein müsste. Somit ist es sehr unwahrscheinlich, dass in meinen Versuchsreihen der Mpemba- Effekt aufgetreten ist

Nun möchte ich mögliche Gründe beschreiben, die zum Ausbleiben des Effekts in meinem Versuch geführt haben:

Eines der Probleme ist die Anwesenheit von Staubpartikeln und Kalk im Wasser, die als Kristallisationskeime der (in 2.4 beschriebenen) Unterkühlung entgegenwirken. Selbst Rührkerne können schon als Kristallisationskeime wirken. Trotz dem ich mich bemühte, mit staubfreien Materialien zu arbeiten, können solche Kristallisationskeime nur schwer verhindert werden.

Da die Verdunstungsmenge mit steigender Differenz der Ausgangstemperatur des Wassers und der Umgebungstemperatur zunimmt, hätte die Ausgangstemperatur des heißeren Wassers in meinem Versuch mehr als 70°C betragen müssen bzw. die Temperatur des Gefrierschranks kälter sein müssen um einen früheren Gefrierzeitpunkt des heißen Wassers erreichen zu können.

Eine weitere Schwierigkeit ist der Wärmeleitkoeffizient der Gefäße. Ist er zu hoch, kann kaum Wasser verdampfen, ist er aber zu niedrig, können sich nur erschwert Eiskristalle bilden. Auch dieser Faktor stellt eine große Schwierigkeit dar, den idealen Mittelwert zu finden.

5.2. Fazit und Ausblick

Nach der Auswertung meiner Messergebnisse kam ich zu dem Schluss, dass es nicht ohne weiteres möglich ist, den Mpemba- Effekt zu erzeugen. Es müssen im Vorfeld mehr Voraussetzungen beachtet und Störfaktoren vermieden werden, als ich im Vorfeld vermutete.

Zum Fortsetzen meines Projektes möchte ich für meine Messreihen günstigere Bedingungen wie empfindlichere Thermometer, exaktere Anbringung der Messfühler, sowie eine stärkere Differenz zwischen der Wassertemperatur und der Umgebungstemperatur schaffen. Um Störfaktoren möglichst zu vermeiden, muss ich noch stärker auf das Vermeiden von Kristallisationskeimen achten und weitere Messungen durchführen, um ein Gefäß mit einem idealen Wärmeleitkoeffizienten zu finden. Weiterführende Messreihen plane ich im Bezug auf die Temperaturdifferenz zwischen heißem und kaltem Wasser bzw. der Umgebungsluft, sowie dem Variieren der Wassermenge.

Mein nächstes Ziel ist eine noch genauere Bestimmung, unter welchen Bedingungen der Mpemba-Effekt auftritt, bzw. welche Regelmäßigkeiten im Zusammenspiel der Faktoren zu erkennen sind.

6 Danksagungen

Ein besonderer Dank gilt meinem Betreuungslehrer Michael Zilk, der mir jederzeit mit Rat und Tat zur Seite stand und mich auf manchen Durststrecken immer wieder motivieren kann. Danke auch dem gesamten Jufo- Team für das entspannte Arbeitsklima und die ständige Gesprächsbereitschaft. Am Ende gilt mein Dank meiner Familie, die auch meinen nächtlichen Forscherdrang geduldig begleitet und unterstützt.

7 Quellenangaben

- [1] <http://www.wissenschaft-online.de>, 10.01.2010, Thomas Bleck, Was gefriert zuerst?
- [2] <http://www.ing-buero-ebel.de/U-Ent/Erwärmg.gif>, 10.01.2010, Jochen Ebel, Erwärmungsverlauf
- [3] <http://www.volker-goebel.biz>, 10.01.2010, Volker Goebel
- [4] http://www.wissenschaft-technik-ethik.de/wasser_mpemba-effekt.html , 10.01.2010, Dr.-Ing. Heiner Grimm, Der "Mpemba- Effekt"