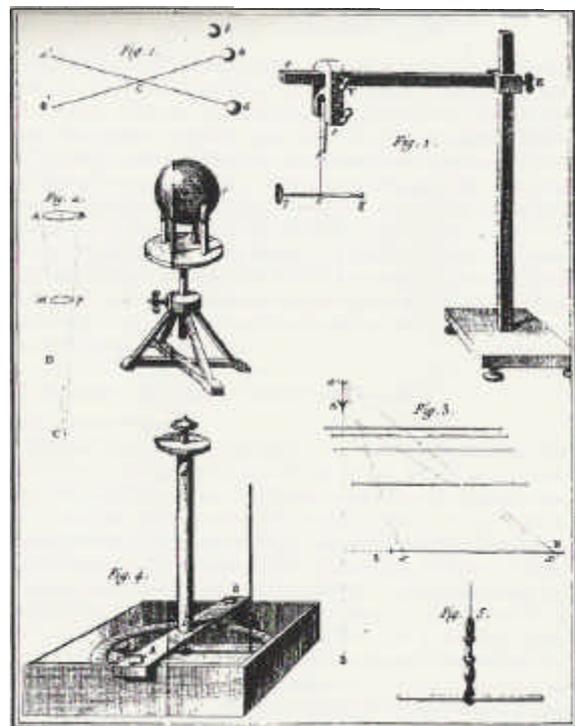
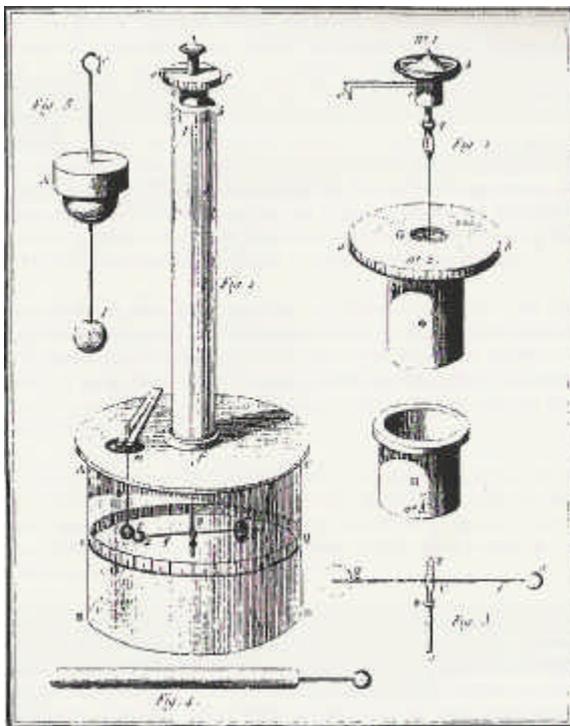


Experimente zur Untersuchung elektrischer Anziehung und Abstoßung nach Coulomb



Wettbewerb “Jugend Forscht“ 2005

**Daniela Heine (18)
Sarah Hoffmann (18)**

**Arbeitsgemeinschaft “Jugend Forscht“
des Christian-Gymnasiums Hermannsburg
Leitung StD Thomas Biedermann**

Inhaltsverzeichnis

Einführung	2
1. Theorie	
1.1 Torsion	2
1.2 Trägheitsmoment	3
1.3 Torsionsmodul	3
1.4 Drehschwingungen in einem Kraftfeld	3
1.5 Abstandberechnung beim Torsionspendel	5
2. Versuchsaufbau	
2.1 Elektrostatische Abstoßung	6
2.2 Elektrostatische Anziehung	7
3. Durchführung	
3.1 Einstellen und messen der Winkel im ersten Experiment	7
3.1 a Messungen bei konstanter Torsionskopfverdrehung	8
3.1 b Überprüfung der Winkelrichtgröße D	8
3.1 c Bestimmung der Fluktuation	8
3.2 Messen der Schwingungsdauer im zweiten Versuch	8
3.2 a Beziehung zwischen Periodendauer und Spannung	9
3.2 b Feldstärkenanalyse	9
4. Beobachtung	
4.1 Messwerte des ersten Versuches	9
4.1 a Messwerte bei gleichmäßig ansteigender Torsion	9
4.1 b Messwerte zur Winkelrichtgröße D	10
4.1 c Fluktuation	10
4.2 Aufzeichnungen der Messwerte des zweiten Experimentes	10
4.2 a Feldstärke in Abhängigkeit vom Abstand	11
4.2 b Analyse der Spannung im zweiten Experiment	11
5. Auswertung	
5.1 1. Coulombsches Experiment	12
5.2 2. Coulombsches Experiment	13
6. Fehleranalyse	
6.1 Fehlerbetrachtung des 1. Experimentes	14
6.2 Fehlerbetrachtung des 2. Experimentes	15
7. Quellen	15



Charles Augustin Coulomb hat in den Jahren 1785-86 mit gezielten Experimenten versucht, eine Gesetzmäßigkeit zu finden, die die Kraftwirkung zwischen geladenen Körpern beschreibt. Dazu verwendet er zwei unterschiedliche Messverfahren: eines für die Abstoßung gleichnamiger Ladungen und eines für die Anziehung ungleichnamiger Ladungen. Eine exakte Physik, wie wir sie heute kennen, war gerade in den Anfängen, und so ist es für die heutige Wissenschaft kaum vorstellbar, dass er seine Gesetzmäßigkeit nur auf drei Messwerte stützte.

Ziel unserer Arbeit ist es, die Experimente von Coulomb nachzuvollziehen und – wie er – die Abhängigkeit von elektrostatischer Anziehungs- und Abstoßungskraft vom Abstand der Ladungen zu untersuchen, um seine Gesetzmäßigkeiten zu überprüfen. Wir verwenden dabei einen Nachbau zweier Experimente, die auch von Coulomb zur Forschung benutzt wurden. Im ersten Experiment wird mit einer Torsionswaage die Kraft auf eine geladene Holundermarkkugel gemessen, die von einer zweiten gleichnamig geladenen Kugel ausgeübt wird. Im zweiten Experiment¹ lässt man eine Nadel in der Nähe einer Konduktorkugel schwingen und beobachtet ihre Schwingungszeit in Abhängigkeit vom Abstand.

1. Theorie

1.1 Torsion

Zentrales Element des 1. Versuches ist eine Torsionswaage. Bei ihr entsteht eine rückstellende Kraft durch die Verdrehung eines Stabes. Analog zur Längenausdehnung einer Feder (Hooke'sches Gesetz), wo die Kraft von einer materialabhängigen Federkonstanten und einer Längenänderung abhängt, spielt auch hier eine Materialkonstante eine Rolle, die Längenänderung wird durch eine Winkeländerung (Drehwinkel) ersetzt.

Die für eine Rotation um einen bestimmten Winkel notwendige Kraft wird also durch folgende Gleichung ausgedrückt:

$$F = \frac{D}{\text{rad}} \cdot \mathbf{j} \quad (1)$$

Die Größe D heißt Winkelrichtgröße und ist von der Länge l_F , dem Radius r_F der Aufhängung und dem materialspezifischen Torsionsmodul G abhängig.

$$D = \frac{\mathbf{P}}{2} \cdot G \cdot \frac{r_F^4}{l_F} \quad (2) \quad [4, \text{S.131}]$$

¹ Für diesen Versuch ließ sich kein spezieller Name bei Coulomb oder seinem Übersetzer Walter König finden.



1.2 Trägheitsmoment

Hängt man eine Feder mit der Federkonstanten D eine Masse m und lenkt das System um einen Anfangswert Δs aus, beginnt das System Schwingungen um seine Ruhelage auszuführen. Bei der Torsionswaage verhält es sich ähnlich, doch muss hier die Masse durch eine andere Größe ersetzt werden, da nun an der Aufhängung ein Hebel angreift, der mit seiner Masse Drehschwingungen um eine Ruhelage vollführt. Statt der Masse m wird hier eine Größe verwendet, die man als Massenträgheitsmoment bezeichnet, sie wird abgekürzt mit dem Buchstaben J . Für die Bestimmung von J benötigt man Informationen über die Massenverteilung und die räumliche Anordnung der Masse m .

Bei zusammengesetzten Körpern ist das gesamte Massenträgheitsmoment gleich der Summe der Einzelmomente. In unserer Versuchsanordnung verwenden wir Karbonstab und Messingzylinder (beides sind Zylinder) und Muttern (Massenpunkte), die wir an den Enden des Karbonstabes aufgehängt haben, um einen aperiodischen Kriechfall zu verhindern. Durch diese spezielle Anbringung der Muttern wird zur Berechnung ihres Trägheitsmoments der Satz von Steiner benötigt.

1.3 Theorie des Torsionsmoduls

Da sich in der Literatur mehrere, teils stark voneinander abweichende Werte für das Torsionsmodul von Kupfer finden lassen, musste G für unsere Berechnungen speziell bestimmt werden. Nach [4, S.132] gilt:

$$T = \sqrt{\frac{8 \cdot \mathbf{p} \cdot J \cdot l}{G_{Cu}}} \cdot \frac{1}{R^2} \quad (3)$$

Die Periodendauer T , der Radius R und die Länge l des Fadens sind Teile der Gleichung, die nun nach G_{Cu} aufgelöst werden muss.

$$G_{Cu} = \frac{8 \cdot \mathbf{p} \cdot J \cdot l}{T^2 \cdot R^4} \quad (4)$$

Da bis auf T alle Größen der rechten Seite bekannt sind, lässt sich G über eine Messung von T bestimmen.

1.4 Drehschwingungen in einem Kraftfeld

Im Unterschied zum ersten Experiment entsteht beim zweiten Versuch die rückstellende Kraft nicht durch die Torsion eines Fadens, sondern durch Änderung des Angriffswinkels einer von



Die Grundlagen des Coulomb-Gesetzes von Daniela Heine und Sarah Hoffmann

außen in einem (als homogen angesehenen) Feld wirkenden Kraft – dies wäre vergleichbar mit einem Fadenpendel. Prinzipiell gelten auch hier die gleichen Gesetze wie oben. Die rückstellende Kraft ergibt sich aus der Coulombkraft durch vektorielle Überlegungen analog wie beim Fadenpendel (dort ist es die Gewichtskraft) durch die Auslenkung aus der Ruhelage². Für die Schwingungsgleichung gilt der Ansatz:

$$F_R + F_J = 0 \quad (5)$$

Dabei ist F_R die rückstellende Kraft und F_J die Trägheitskraft, die durch die schwingende Masse ausgeübt wird. Die Kräfte lassen sich durch Schwingungsgleichungen bzw. deren Ableitungen ausdrücken.

$$D \cdot s(t) + m \cdot \ddot{s}(t) = 0 \quad (6)$$

Die Gleichungen der Translation müssen nun auf die der Rotation übertragen werden. Die Rotation wird wegen der Drehbewegung des Stabes benötigt.

$$G \cdot \mathbf{j}(t) + J \cdot \ddot{\mathbf{j}}(t) = 0 \quad (7)$$

Der erste Summand der Gleichung (7) beschreibt das Drehmoment M_R , das sich auch über die rückstellende Kraft und den Radius des Pendels berechnen lässt.

$$M_R = F_R \cdot r \quad (8) \quad [2, S. 9]$$

Die Trigonometrie liefert uns einen Ausdruck für F_R , der auch F_C beinhaltet.

$$F_R = F_C \cdot \sin \mathbf{j} \quad (9)$$

Gleichung (8) wird nun in Gleichung (9) eingesetzt:

$$M_R = F_C \cdot r \cdot \sin \mathbf{j} \quad (10)$$

Aus Gleichung (7) und Gleichung (10) resultiert:

$$F_C \cdot r \cdot \mathbf{j}(t) + J \cdot \ddot{\mathbf{j}}(t) = 0 \quad (11)$$

Nach $f(t)$ aufgelöst ergibt sich:

$$\mathbf{j}(t) = -\frac{J}{F_C \cdot r} \cdot \ddot{\mathbf{j}}(t) \quad (12)$$

Die Schwingungsgleichung für eine harmonische Schwingung lautet:

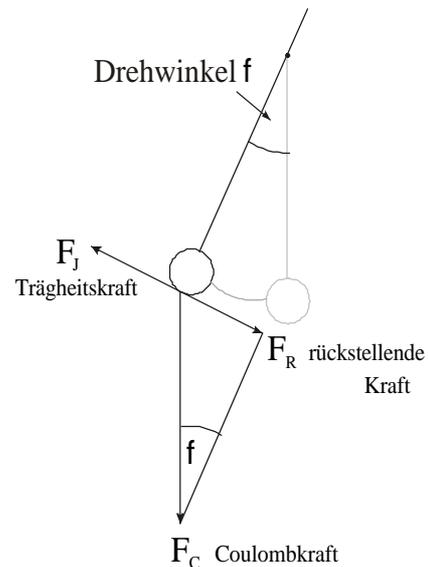


Abb. 1: Kräftegleichgewicht am Fadenpendel

² vergleiche Graphik 1



Die Grundlagen des Coulomb-Gesetzes von Daniela Heine und Sarah Hoffmann

$$\mathbf{j}(t) = \mathbf{j}_0 \cdot \cos(\mathbf{w} \cdot t) \quad (13)$$

Für ihre zweite Ableitung gilt folgendes:

$$\ddot{\mathbf{j}}(t) = -\mathbf{w}^2 \cdot \mathbf{j}(t) \quad (14)$$

Jetzt wird Gleichung (14) in Gleichung (12) eingesetzt:

$$\mathbf{j}(t) = \frac{J}{F_C \cdot r} \cdot \mathbf{w}^2 \cdot \mathbf{j}(t) \quad (15)$$

Die Winkelgeschwindigkeit ω ist nun durch mehrere Umformungen zu ermitteln:

$$\omega = \sqrt{\frac{F_C \cdot r}{J}} \quad (16)$$

Im Allgemeinen gilt für ω nach wie vor:

$$\omega = \frac{2 \cdot p}{T} \quad (17)$$

Mittels Gleichsetzung von Gleichung (16) mit Gleichung (17) und nach Auflösen nach der Periodendauer T erhält man:

$$T = 2 \cdot p \cdot \sqrt{\frac{J}{F_C \cdot r}} \quad (18)$$

Nach einigen Umformungsschritten ergibt sich:

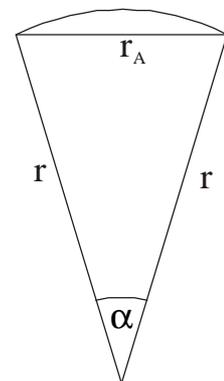
$$F_C = 4 \cdot p^2 \cdot \frac{J}{r \cdot T^2} \quad (19)$$

Da sowohl J als auch r nicht verändert werden, sind sie als Konstanten zu betrachten, so dass gilt:

$$F \sim \frac{1}{T^2} \quad (20)$$

1.5 Abstandberechnung beim Torsionspendel

Beim Torsionspendel bewegt sich die eine der beiden ladungstragenden Kugeln auf einer Kreisbahn, entscheidend ist aber der (geradlinig gemessene) Abstand der beiden Ladungen voneinander. Dazu ist die Sekantenlänge r_A bei einem gegebenen Bogenwinkel α zu berechnen. Man erhält nach dem Kosinussatz:



$$r_A = r \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot \cos\left(\alpha \cdot \frac{p}{180}\right)} \quad (21)$$

Abb. 2: Graphische Darstellung des Abstandes r_A bei einer Verdrehung des Pendels um den Winkel α



2. Versuchsaufbau

2.1 Elektrostatische Abstoßung

Um das Torsionspendel beobachten zu können, es aber gleichzeitig vor Luftbewegungen zu schützen, haben wir auf eine gläserne Bodenplatte acht Glasplatten hochkant zu einem Achteck formiert und mit einer Winkelskala versehen. Zur Abdeckung verwenden wir eine gläserne Deckplatte mit einem Loch am Rand und in der Mitte. Über dem mittleren Loch ist ein Papprohr befestigt, dessen oberen Abschluss der

Torsionskopf mit der Gradanzeige bildet. An dessen Drehachse ist zentrisch ein Kupferdraht gelötet, an dessen frei nach unten hängendem Ende wenige Zentimeter über dem Boden eine waagerechte Stange hängt. An deren einem Ende ist eine Holundermarkkugel und am anderen Ende ein Stück Papier mit Siegelack fixiert, das Papier dient gleichzeitig zur Dämpfung der Schwingung. Am Boden des Glasgefäßes steht eine Holundermarkkugel in gleicher Höhe wie die frei hängende Kugel, sie ist auf einer Karbonstange angebracht, die in einem Kunstkorken steckt.

In der Verlängerung des Fadens hängt zur seiner Spannung und zur Stabilisation ein Messinggewicht³. Da das Experiment sehr anfällig auf Störfelder reagiert, die durch die Experimentatoren oder andere unvermeidbare Oberflächenladungen

ausgelöst werden können, ist es nötig das Glasgefäß mit einem faradayschen Käfig zu umschließen, dessen Einzelemente leitend mit einer Erdung verbunden sind. Zur Aufladung einer Konduktorkugel benutzen wir eine Hochspannungsquelle. Die Ladung wird mit dieser Kugel durch die zweite Öffnung auf die Holundermarkkugeln übertragen.

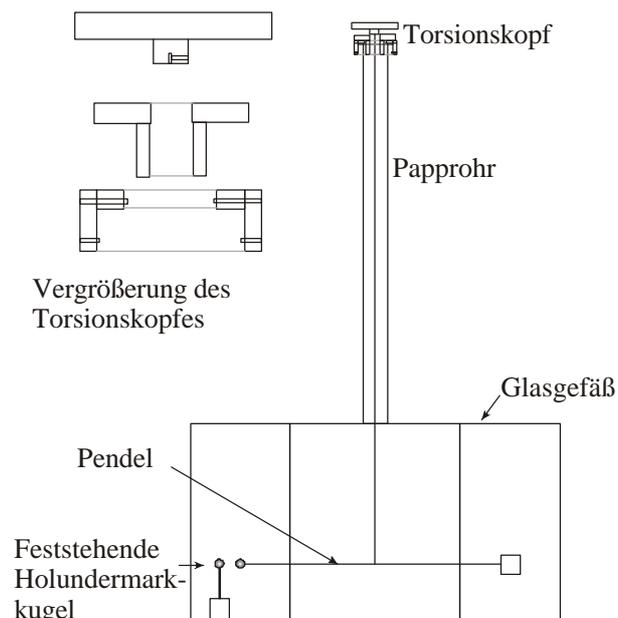


Abb. 3: Erstes Experiment in der Seitenansicht

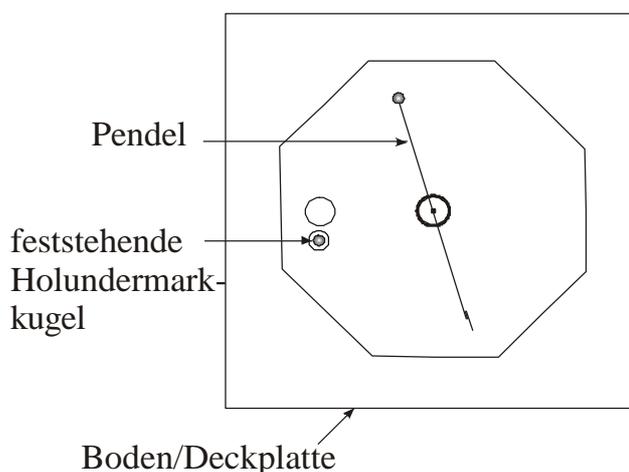


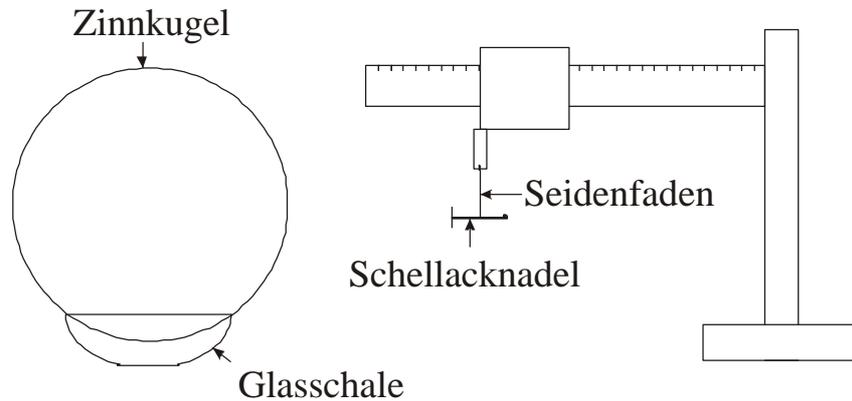
Abb. 4: Erster Aufbau in der Draufsicht

³ Im Folgenden auch Puppe genannt.



2.2 Elektrostatische Anziehung

Wir haben eine Hohlkugel aus Zinnfolie angefertigt, welche wir im Muster des Oberflächennetzes eines Fußballs [6, S. 73] ausgeschnitten, auf eine Kugel gebracht und aufgeklebt haben. Um



jene herzustellen haben wir die acht

Abb. 5: Seitenansicht des zweiten Experimentes

Styroporplatten übereinander geklebt und mit einem heißen Draht zu einer Kugel geschnitten. Sie wurde zur Glättung der Oberfläche mit Pappmaschee umhüllt und geglättet und befindet sich bei unserem Aufbau auf einer Glasschale und einer Papprolle (Höhe: ca. 1,5 m), damit sie vom Untergrund isoliert ist. In einem gewissen Abstand von ihr hängt eine an einem Seidenfaden an einer Aufhängung befestigte Schellacknadel mit einem Aluminiumplättchen an der einen Spitze. Die Aufhängung fasst den Faden in einer Wäscheklammer, die an einem Schlitten befestigt ist, der auf einer Schiene läuft, auf der man den Abstand des Aluminiumplättchens von der großen Kugel ablesen kann.

3. Durchführung

3.1 Einstellen und messen der Winkel im ersten Experiment

Das Fadenpendel befindet sich in der Ruheposition, wobei man mit Hilfe des Fadens über die linke Seite der Kugel die Null- Gradposition anpeilt. Die außerhalb der Apparatur befindliche Konduktorkugel wird aufgeladen. Man berührt mit ihr die anderen, sich ebenfalls berührenden, welche sich anschließend gegenseitig abstoßen. Die frei aufgehängte Kugel nimmt eine neue Ruhelage im Abstand eines bestimmten Winkels zur fixierten ein, was durch das zur Dämpfung gedachte Papier noch beschleunigt wird, da es eine starke Pendelbewegung verhindert. Die hinein geführte Kugel wird entfernt und entladen. Der Torsionskopf wird nun so weit verdreht, dass sich der Winkel des ersten Ausschlags halbiert. Nach dem erneuten Schwingen in die Ruhelage wird dies solange wiederholt, bis der Winkel auf der unteren Skala $1/8$ des ursprünglichen Ausschlags beträgt. Die Kugeln innerhalb des Systems werden



Die Grundlagen des Coulomb-Gesetzes von Daniela Heine und Sarah Hoffmann

nun entladen und die zuvor ausgelenkte schwingt in ihre Ausgangsposition zurück. Der Versuch wird mit anderer Einstellung an der Hochspannungsquelle wiederholt.

3.1 a Messungen bei konstanter Torsionskopfverdrehung

Die beiden Kugeln werden ebenso wie in 4.1 aufgeladen, wobei das Annähern der Kugeln hier durch eine beständige Verdrehung des Torsionskopfes um 50° herbeigeführt wird. Diese Vorgehensweise entspricht zwar nicht der Coulombs, mit ihr können allerdings mehr Messwerte aufgenommen werden. Der Zusammenhang zwischen Kraft und Abstand wird so noch aussagekräftiger gezeigt, da er sich auf eine größere Anzahl von Messpunkten gründet.

3.1 b Überprüfung der Winkelrichtgröße D

Wie in Versuch 1a) Werden die beiden Kugeln gleichnamig geladen und dann durch Verdrehung um einen bestimmten Winkel einander angenähert, hier allerdings nicht um 50° sondern um 100° , um zu prüfen, ob die Winkelrichtgröße D auch für große Winkel (über 500°) konstant bleibt.

3.1 c Bestimmung der Fluktuation

Um eine Aussage über die Fluktuation von Ladungen der aufgeladenen Kugel machen zu können, werden selbige geladen und die Veränderung des Winkels pro Zeiteinheit gemessen.

3.2 Messen der Schwingungsdauer im zweiten Versuch

Die Kugel wird aufgeladen und die Nadel mit dem Aluminiumplättchen in ihre Nähe gebracht und um ca. 20° Grad ausgelenkt. Nach dem Loslassen werden ihre Schwingungsdauer und die Periodenzahl gemessen. Der gleiche Versuch wird nun mit verschiedenen Abständen zwischen großer Kugel und Aluminiumplättchen wiederholt.



3.2 a Die Beziehung zwischen Periodendauer und Spannung

Wie in 4.2 beschrieben, wird die Periodendauer des Pendels bei geladener Kugel gemessen, wobei bei diesem Versuch nicht der Abstand des Plättchens von der Kugel, sondern die an der Kugel angelegte Spannung verändert wird.

3.2 b Feldstärkenanalyse

Mit einem Elektrofeldmeter wird die Feldstärke der Kugel bestimmt. Dies geschieht bei unterschiedlichen Abständen und Spannungseinstellungen.

4. Beobachtungen

4.1 Messwerte des ersten Versuches

Unterer Winkel	Oberer Winkel	Gesamtwinkel
18,5	0	18,5
9,25	70	79,25
4,625	258	262,625
2,3125	594	596,3125

Berührt man mit der aufgeladenen Kugel die anderen, so ziehen sich jene an und stoßen sich danach gegenseitig ab. Die nebenstehende Messreihe (Nr. 4) wurde

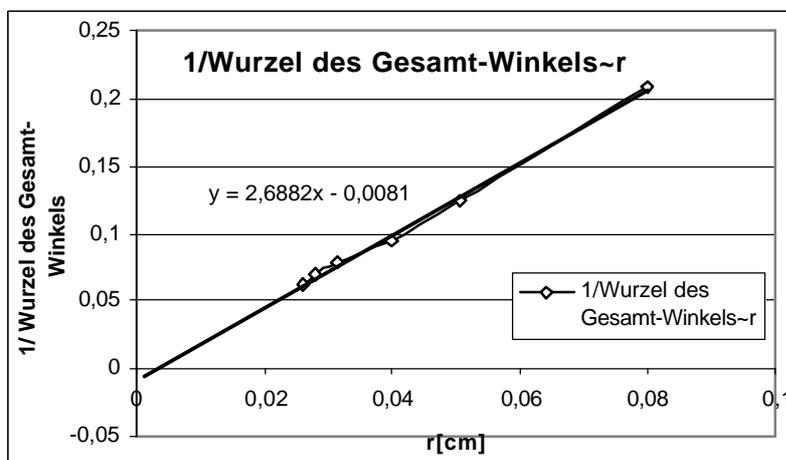
Tabelle 1

bei 6000 V aufgenommen und steht stellvertretend für die bei variierten Spannungen aufgenommenen Messungen. Auf die nicht verwendeten

Messreihen werden wir in der Auswertung noch näher eingehen.

Die Gesamtverdrehung berechnet sich aus der Addition der Werte der unteren und oberen Skala. Sie wird bei der späteren Berechnung der Torsionskraft zum Tragen kommen.

4.1 a Messwerte bei gleichmäßig ansteigender Torsion

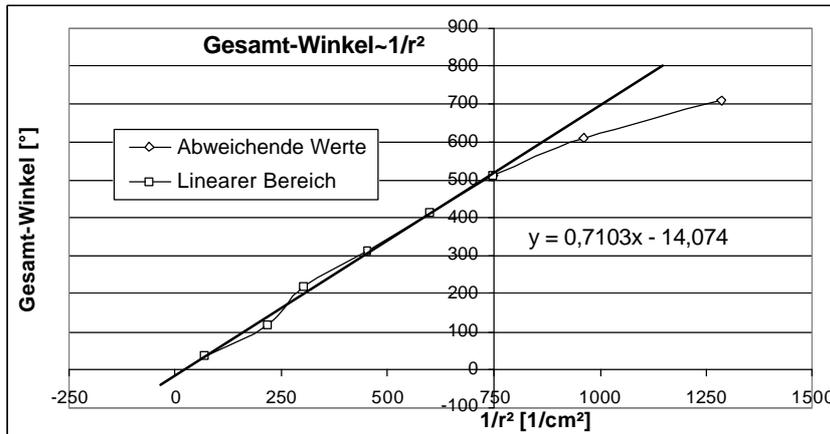


Die abgebildete, repräsentative Messreihe zeigt die Linearisierung unserer Messwerte bei Verdrehung des Drahtes um den konstanten Winkel von 50° .

Graphik 1:
Beziehung zwischen Gesamt-Winkel und Abstand



4.1 b Messwerte zur Winkelrichtgröße D

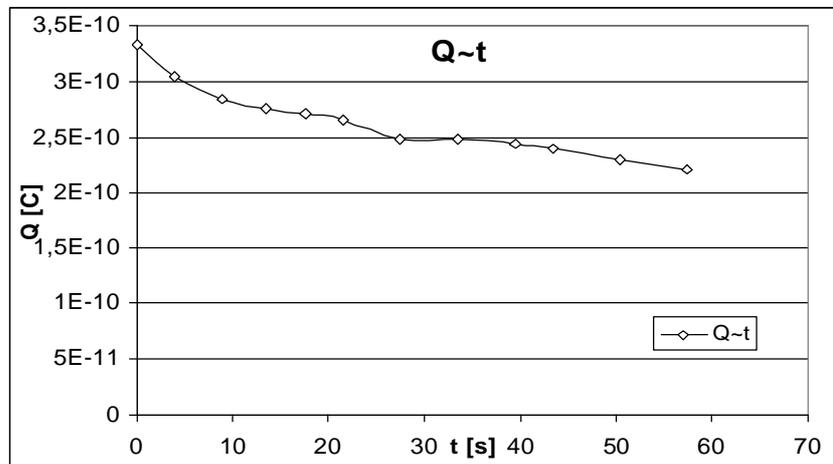


Bei einer stetigen Verdrehung um 100° , sieht man in Graphik 2, dass der Graph ab ca. 500° seinen Verlauf ändert.

Graphik 2:
Analyse der Elastizität

4.1 c Fluktuation

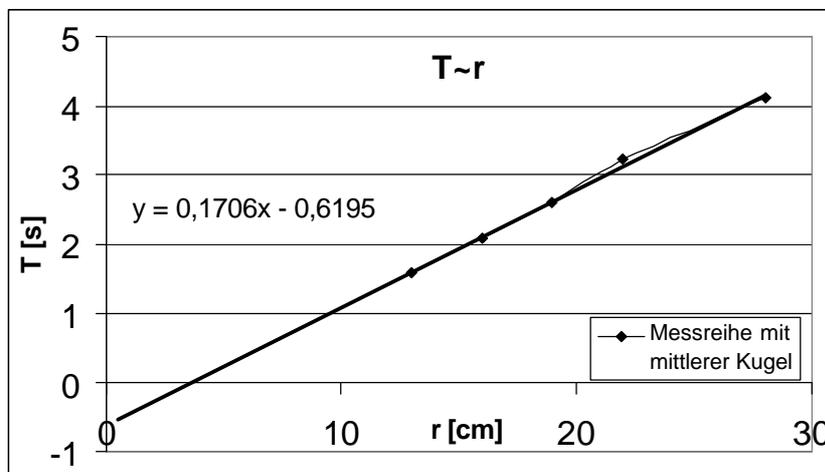
Da die Ladungsfluktuation von der Zeit abhängig ist, haben wir diesen Zusammenhang in Graphik 3 dargestellt. Man erkennt, dass die Ladung kontinuierlich abnimmt. Den Ladungsverlust haben wir auf $1/80$ pro Minute



bestimmt, bei Coulomb lag er jedoch bei $1/40$ Minute; dies bedeutet, dass bei ihm die Fluktuation doppelt so groß war.

Graphik 3:
Bestimmung der Fluktuation

4.2 Aufzeichnungen der Messwerte des zweiten Experimentes



Nach dem Laden der Kugel und dem Auslenken des Pendels führt dieses periodische Schwingungen aus, deren Dauer gemessen und gegen den Abstand zwischen Kugel und Pendel aufgetragen wird.

Graphik 4:
Untersuchung von Abstand und Periodendauer

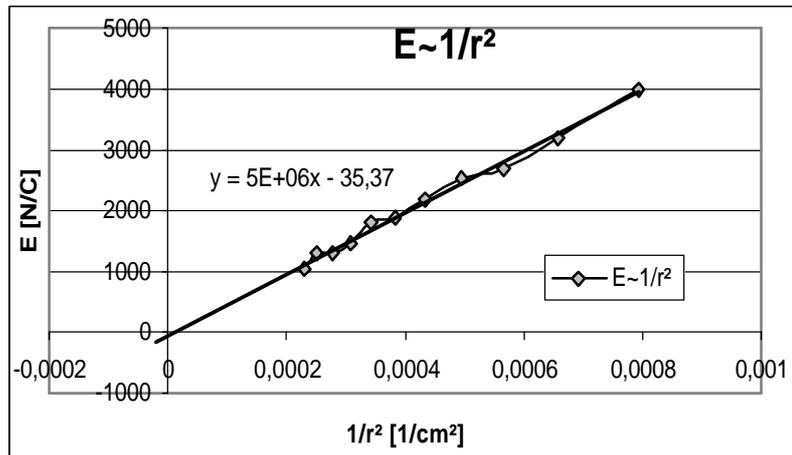


Die Grundlagen des Coulomb-Gesetzes von Daniela Heine und Sarah Hoffmann

Die Graphik 4 zeigt eine stellvertretende Messung, bei der der Ladungsmittelpunkt gleichzeitig auch der Kugelmittelpunkt ist, dessen Abstand vom Pendel in unseren Berechnungen verwendet wurde.

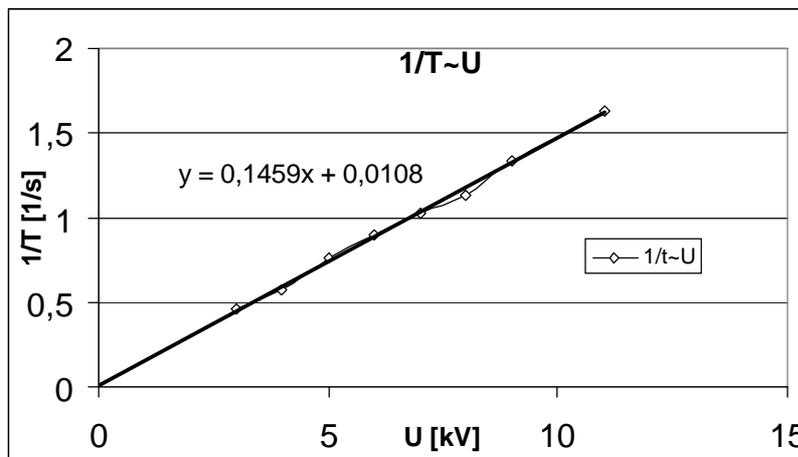
4.2 a Feldstärke in Abhängigkeit vom Abstand

Wir haben das elektrische Feld der Kugel bei verschiedenen Abständen gemessen und den Zusammenhang linearisiert in Graphik 5 dargestellt.



Graphik 5:
*Abstandsabhängigkeit
des el. Feldes*

4.3 a Analyse der Spannung im zweiten Experiment

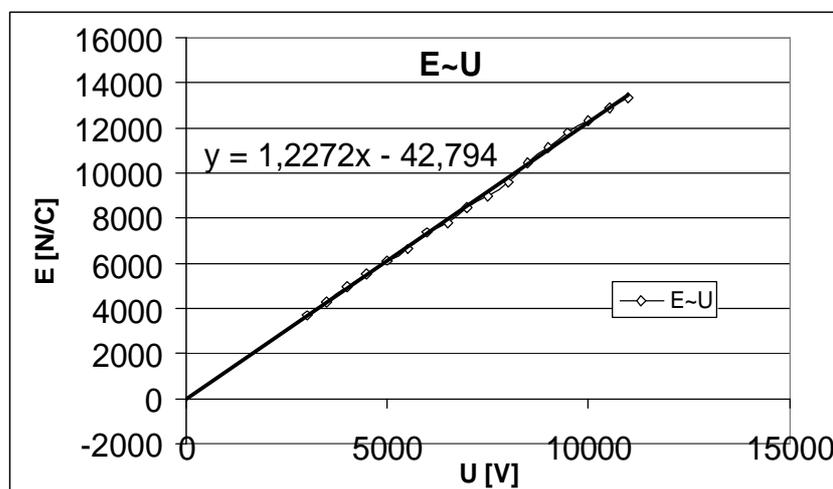


In Graphik 6 kann man eine lineare Abhängigkeit zwischen der angelegten Spannung und dem Kehrwert der Periodendauer erkennen.

Graphik 6:
*Verhältnis zwischen
Spannung und
Periodendauer*

Wir haben außerdem die Spannungseinstellungen in unseren Messreihen bei konstantem Abstand von 16,5 cm verändert und unsere Größen in Graphik 7 gegeneinander aufgetragen.

Graphik 7:
*Elektrisches Feld bei
unterschiedlichen
Spannungen*





5.1 Auswertung des ersten Experiments

Die berechneten Einzelträgheitsmomente werden addiert:

$$\begin{aligned} J_{ges} &= J_{Puppe} + J_{Stab} + J_{Muttern} \\ &= 9,552 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

Durch Einsetzen der Periodendauer, die wir bei einer ohne Ladung veranlassten Schwingung gemessen haben, wird das Torsionsmodul nach Gleichung (4) bestimmt:

$$\begin{aligned} G_{Cu} &= \frac{8 \cdot \mathbf{p} \cdot 9,552 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 1,33 \text{ m}}{(404 \text{ s})^2 \cdot (0,025 \cdot 10^{-3} \text{ m})^4} \\ &= 5,008 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

Nun kann durch Einsetzen in Formel (2) die Winkelrichtgröße D berechnet werden:

$$\begin{aligned} D &= \frac{\mathbf{p}}{2} \cdot 5,008 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{(0,025 \cdot 10^{-3} \text{ m})^4}{0,92 \text{ m}} \\ &= 3,3401 \cdot 10^{-8} \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Gemäß Gleichung (1) kann mit Hilfe der gemessenen Winkel die Torsionskraft ermittelt werden. Für die weiteren Berechnungen werden mittels Gleichung (21) die Abstände der zwei Ladungen errechnet.

1. Versuch

r [m]	F [N]	1/vF [1/vN]
0,064	9,834E-08	3188,794
0,032	4,213E-07	1540,681
0,016	1,396E-06	846,339
0,008	3,170E-06	561,662

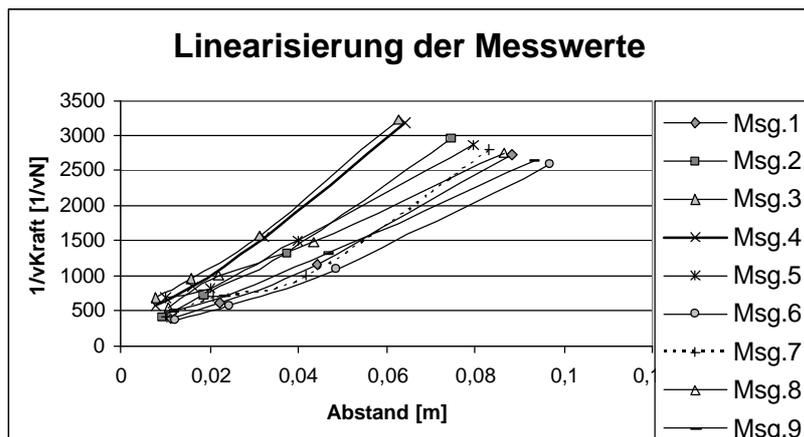
Zusätzlich zu den beiden errechneten Spalten wurde noch der Kehrwert der Wurzel der Torsionskraft ermittelt, um

Tabelle 2 die Beziehung zum Abstand in Graphik 8 (siehe unten) darzustellen.

Diese ist, wie man durch einfache Umformungen sehen kann, der Beziehung

$$F \sim \frac{1}{r^2}$$

gleichwertig. Eine Linearisierung durch Abtragen des Kehrwertes der Wurzel der Kraft gegen den Abstand erleichtert in der graphischen Darstellung die Überprüfung, ob die erwartete Gesetzmäßigkeit tatsächlich erfüllt ist.



Graphik 8:
Abhängigkeit der Kraft vom Abstand Analyse Auslöser für das Schreiben unserer Arbeit war. Anhand der Fluktuation lassen sich diese Abweichungen nur unzureichend erklären, da sie sich, wie man aus Graphik 3 ersieht, bei einer durchschnittlichen

Messdauer von 10 Minuten auf den Faktor 0,882 beim Ladungsverlust beläuft. Diese verbliebenen 88% der Ladung auf den Kugeln ist nicht die größte Fehlerquelle, die aber auch bei Coulomb zu einer Restladung von 93% geführt haben muss, da er für seine Messdauer ungefähr 3 Minuten angegeben hat.

Eine weitere Fehlerquelle, die die Abweichungen in den Verläufen der Graphen in Graphik 8 erklären könnte, liegt im Kupferfaden selbst, denn bei einer Verdrehung von über 500° verliert er an Elastizität –es ändern sich das Torsionsmodul und die Winkelrichtgröße, welche nach Gleichung 1 einen entscheidenden Einfluss auf die sich dann ebenfalls verändernde Kraft hat. Dadurch sind die Messwerte der kleinsten Abstände, also die der größten Winkel, nicht exakt und können zur Bestätigung des Gesetzes nicht herangezogen werden. Wenn man diese Werte einfach aus den Graphen streichen würde, so würden diese nur aus drei Messwerten bestehen und dadurch wären sie zur Linearisierung nicht ausreichend. Dies war für uns der Grund für die Messungen bei konstanter Torsionskopfverdrehung, da wir so sicherstellen konnten, dass der Torsionswinkel die 500° nicht übersteigt. Durch die zu diesem Versuch gehörende Graphik 1 wird der Zusammenhang zwischen Kraft und Abstand aus der Graphik 8 mit mehr Messwerten gestützt, wenn man nach Formel (1) den Winkel durch die Kraft ersetzt. Dieses Experiment hat gezeigt, dass Coulombs Vermutung stimmt und dass sich seine Messwerte sehr wohl reproduzieren lassen.

5.3 2. Versuch

Der Feldverlauf unserer selbst hergestellten Kugel ist – wie durch die Beziehung $E \sim 1/r^2$ verifiziert- radial, wie der einer gegossenen, metallenen Kugel und somit für die

Die Graphen in Graphik 8 beschreiben annäherungsweise Geraden mit ähnlicher Steigung. Auf die Abweichungen in den Verläufen geht Coulomb nicht näher ein, sie werden von uns aber näher betrachtet, da ihre



Die Grundlagen des Coulomb-Gesetzes von Daniela Heine und Sarah Hoffmann

Untersuchung von Coulombs Experimenten geeignet. Wegen der Proportionalität zwischen E und F lässt sich aus dem Graphen 5 die Coulombsche Annahme zeigen.

Somit sieht man, dass das Coulombsche Gesetz sowohl bei der elektrostatischen Anziehung als auch bei der Abstoßung anwendbar ist. Die Symmetrie bei unterschiedlicher Polarität der Ladungen ist bemerkenswert.

Da die Ladung auf dem Plättchen durch Influenz bedingt ist, besteht zwischen den beiden Ladungen eine Proportionalität. Die Ladung auf der großen Kugel berechnet sich nach der Formel der Kapazität für eine freistehende Kondensatorkugel und ist somit proportional zu U.

Durch den durch unsere Versuche gezeigten Zusammenhang

$$T \sim \frac{1}{U}$$

ist in wenigen Umformungsschritten über Gleichung (20) der Zusammenhang $F \sim q \cdot Q$, der auch im Coulombschen Gesetz enthalten ist, bestätigt.

Dieser Zusammenhang lässt sich auch über die Messungen mit dem Elektrofelmeter herleiten, die eine Proportionalität zwischen der Spannung und der Feldstärke zeigt:

$$E \sim U$$

In diesem Fall ist die Kraft proportional zur Spannung und nicht zu ihrem Quadrat, da das Elektrofelmeter keine Eigenladung besitzt, die durch die an der Kugel angelegte Spannung verändert wird.

6. Fehleranalyse

6.1 Fehlerbetrachtung des 1. Experimentes

Die mechanische Empfindlichkeit der Apparatur ist die Hauptursache für die Störanfälligkeit des Systems und somit für die Ungenauigkeit der Messwerte: schon leichteste Luftzüge oder Veränderungen von Temperatur und Luftfeuchtigkeit können den Ausschlag des Pendels beeinflussen.

Die übertragene Ladungsmenge kann, wie wir während unsere Messungen beobachtet haben, nicht über die angelegte Spannung definiert werden, denn die zugehörigen Winkel waren nicht in einer zur steigenden Spannung zuzuordnenden Reihenfolge.

Zur Abschirmung äußerer elektrostatischer Einflüsse haben wir einen Faradayschen Käfig um das Glasgefäß aufgebaut, dessen Wirkung wir mit dem Elektrofelmeter verifizieren können.

Die Einstellgenauigkeit am Torsionskopf gestaltet sich schwieriger, weil die Abstände der Gradzahlen an der oberen Skala deutlich kleiner sind als die der unteren.



Die Grundlagen des Coulomb-Gesetzes von Daniela Heine und Sarah Hoffmann

Durch eine mathematische Fehlerbetrachtung hat sich der relative Fehler der Kraft zu $c_F = 11,45\%$ ergeben.

Da der durchschnittlich zu erwartende Fehler für die Kraftmessung zwischen 11 und 12% liegt, liefert er eine Begründung dafür, dass einige der Graphen erkennbare Abweichungen vom Erwartungswert zeigen.

6.2 Fehlerbetrachtung des 2. Experimentes

Hier spielt ebenfalls, wie in 6.1 beschrieben, die Empfindlichkeit - in diesem Fall durch den dünnen Seidenfaden bedingt - eine entscheidende Rolle. Dadurch, dass wir keine Abschirmung gegen äußere Einflüsse und auch speziell gegen Fremdfelder haben, ist deren Auswirkung auf unsere Messungen nicht qualitativ einzuschätzen und bleibt daher ein nicht zu kalkulierender Störfaktor.

Auch die Auslenkung der Schellacknadel ist eine diffizile Angelegenheit, da die Auslenkung in nur einer einzigen Richtungskomponente erfolgen darf, weil sich sonst zwei Schwingungen überlagern.

Die wichtigste Fehlerquelle beim 2. Coulombschen Experiment ist aber die Ladung auf dem kleinen Plättchen. Wie man der Graphik 4 entnehmen kann, ist der Zusammenhang zwischen Periodendauer und Abstand linear, jedoch aufgrund des Ordinatenabschnitts nicht proportional. Die Ursache hierfür muss in der Ladung des Plättchens liegen, da die Messungen mit dem EFM ganz klar das Radialfeld der Kugel bestätigt haben, und zwar unter den gleichen äußeren Voraussetzungen wie unsere Messungen zum 2. Coulombschen Experiment, welches also nicht für die Bestätigung des Coulombschen Gesetzes geeignet ist.

7. Quellen

- [1] Kuchling: Taschenbuch der Physik, Verlag Harri Deutsch
- [2] Höfling: Physik Formeln und Einheiten, Aulis Verlag Deubner & Co KG
- [3] Joachim Grehn: Metzler Physik (2. Auflage), Metzlersche Verlagsbuchhandlung, S.29
- [4] D. Meschede: Gerthsen Physik (21. Auflage), Springer Verlag
- [5] Walter König: Vier Abhandlungen über die Elektrizität und den Magnetismus von
Coulomb, Akademische Verlagsgesellschaft
- [6] Albrecht Beutelspacher: In Mathe war ich immer schlecht, Vieweg Verlag