

Dreidimensionale Messung und Darstellung von Magnetfeldern

Wettbewerb „Jugend Forscht“ 2002

Niko Biedermann (16 Jahre) & Tim Voss (17 Jahre)

Arbeitsgemeinschaft „Jugend Forscht“
des Christian-Gymnasiums Hermannsburg
Betreuung: StD Thomas Biedermann



Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	3
1.1	Themenfindung.	3
2.	Eigenschaften von Magnetfeldern	3
2.1	Inhomogene Felder	4
2.2	Homogene Felder	4
3.	Messapparatur	5
3.1	Magnetfeldsensoren	5
3.2	Flip-Generator	6
3.3	Messkanäle	7
3.4	Messkopf	9
4.	Auswertung der Daten	9
4.1	Aufnahme der Messwerte	9
4.2	Auswertung und Darstellung der Messwerte	10
5.	Ergebnisse	14
5.1	Gemessene Felder	14
5.2	Fehlerquellen	15
5.3	Ideen zur Verbesserung	16
6.	Literaturliste	17
7.	Danksagung	17
8.	Anhang	18



1. Einleitung

1.1 Themenfindung

Im letzten Jahr hatten wir uns mit der Konstruktion eines elektronischen Kompasses beschäftigt. Dieses war eigentlich unter dem Gesichtspunkt geschehen, ein automatisches Segelschiff zu bauen. Da allerdings genau dieses Thema bereits im letzten Jahr von einer anderen Gruppe behandelt wurde, kamen wir von unserem Vorhaben ab. Da wir jedoch auch die in den Kompass investierte Zeit weiter nutzen wollten, dachten wir über weitere Verwendungszwecke der Sensoren nach. Beim Betrachten eines Magneten kam uns dann die Idee - wie sieht ein Magnetfeld eigentlich aus?

Jeder kennt die vereinfachte Darstellung von Magnetfeldern mit Linien, deren Abstand voneinander die Stärke und deren Richtung die Richtung des Magnetfeldes angibt, den Feldlinien. Doch zum einen ist diese Darstellung stark vereinfacht, zum anderen ist es auch sehr schwierig, in einer solchen Darstellung mehr als zwei Dimensionen darzustellen.

Wir begannen also mit der Planung eines Aufbaus, der zunächst das Magnetfeld ausmisst und es anschließend grafisch auswertet.

2. Eigenschaften von Magnetfeldern

Zunächst einmal gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten, ein Magnetfeld zu erzeugen, zum einen durch eine Permanentmagneten, zum anderen durch einen stromdurchflossenen Leiter. Beide sind auf das gleiche Prinzip zurückzuführen, auf die Bewegung von Ladung. Beim stromdurchflossenen Leiter ist dieses recht einfach, da Strom nichts anderes als bewegte Ladungen sind. Aber wie kann in einem massiven Eisenblock Ladung bewegt werden?

Für die Erklärung muss man im wahrsten Sinne sehr ins Detail gehen, genauer - in die Atomstruktur. Jedes Atom besteht aus einem positiv geladenen Atomkern und negativ geladenen Elektronen auf einer Umlaufbahn um den Atomkern. Diese Elektronen besitzen zusätzlich zu ihrer Rotation um den Atomkern auch noch eine Eigendrehung. Beide Bewegungen bewegen Ladungen auf einer ringförmigen Bahn, es wird also eine Art Ringstrom erzeugt. Diesem Ringstrom wird ein magnetisches Dipolmoment zugeordnet. Jedes Atom besitzt also ein eigenes Dipolmoment, aufgrund der Elektronenbewegungen. Man könnte sich jetzt fragen - ist Eisen denn von Natur aus magnetisch? Wir wissen, dass es das nicht ist, doch nach der bisherigen Theorie wäre dies eine logische Schlussfolgerung. Die Erklärung hierfür ist, dass in gewissen Bereichen, den sogenannten Weisschen Bezirken, die Dipolmomente zwar die gleiche Richtung haben, bei der Addition der Momente aller Weisschen Bezirke heben sich diese aber auf. Durch den Einfluss eines äußeren Magnetfeldes werden die Momente in diesen Weisschen Bezirken durch das anliegende Magnetfeld verändert, so dass die einzelnen Dipolmomente sich immer mehr dem, des anliegenden Magnetfeldes annähern. Bei vollständiger Magnetisierung des Eisens herrscht im



ganzen Körper nur noch ein Weisscher Bezirk vor. Das Dipolmoment in diesem entspricht der Ausrichtung des anliegenden Magnetfeldes. Bei reinem Eisen ist der Effekt recht einfach zu erzielen, doch sobald man das externe Magnetfeld entfernt, fällt das Eisen sehr schnell wieder in seinen Normalzustand zurück. Schwieriger zu erzielen dafür aber beständiger ist der Effekt bei Stahl, das zusätzlich zum Eisen auch noch Kohlenstoff- und andere Reste enthält. Heutzutage bestehen Permanentmagneten aus einem Gemisch von Eisen, Aluminium, Cobalt und Nickel (Alnicomagnete) oder aus Eisenoxid (Oxidmagnete).

Welcher Art der Magnet aber auch sein mag - er besitzt immer ein magnetisches Feld. Theoretisch ist das magnetische Feld unendlich groß, allerdings nimmt es bei zunehmender Entfernung vom Magneten ab und kann somit nicht mehr nachgewiesen werden. Magnetfelder sind immer dipolare Felder, die beiden Pole werden als Nord- bzw. Süd-Pol bezeichnet. Das Feld wird meistens mit Hilfe der bereits erwähnten Feldlinien-Methode dargestellt. Dabei verlaufen die Linien vom Nordpol des Magneten zum Südpol.

Bei Magnetfeldern unterscheidet man zwei Typen:

2.1 Inhomogene Felder

Wenn die Richtungen und die Beträge der unterschiedlich sind, so spricht man von einem inhomogenen Magnetfeld. Dieses ist der Fall bei nahezu allen Arten von Magnetfeldern. Am bekanntesten dürfte jedoch das Beispiel des Stabmagneten sein. Dieser besteht aus einem Stab dessen Enden jeweils der Nord- bzw. Süd-Pol sind. Innerhalb des Magneten verlaufen die Feldlinien parallel zueinander, außerhalb des Magneten müssen sie allerdings eine gekrümmte Bahn haben. Da für jede Feldlinie eine andere Krümmung von Nöten ist verlaufen die Bahnen auch nicht parallel zueinander. Das größte Beispiel eines Stabmagneten befindet sich ganz in unserer Nähe - unser Planet Erde selbst. Diese hat einen magnetischen Nord- und Süd-Pol, die Voraussetzung für jegliches Navigieren mit magnetischem Kompass. Das Feldlinien-Modell des Erdmagnetfeldes ist in Abb. 1 dargestellt.

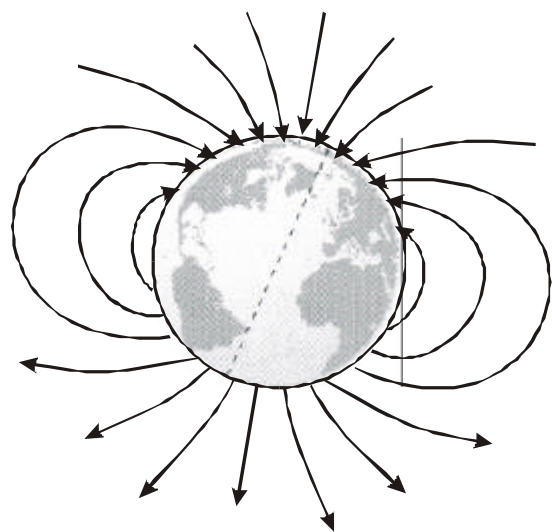


Abb.1: Das Magnetfeld der Erde

2.2 Homogene Felder

Im Gegensatz zum inhomogenen Magnetfeld gibt es auch das homogene Magnetfeld. Dieses liegt vor, wenn die Feldlinien die gleiche Richtung und den gleichen Betrag haben. Dieser spezielle Fall eines Magnetfeldes ist unter anderem bei Hufeisenmagneten zu beobachten. Zwischen den beiden Ästen des Magneten verlaufen die Feldlinien parallel zueinander. Diese Eigenschaft ist sehr nützlich, wenn es darum geht, mit der Lorentzkraft zu experimentieren, da so die Rich-



tung des Magnetfeldes sehr eindeutig festzulegen ist. Ein Beispiel für das homogene Feld eines Hufeisenmagneten ist in Abb. 2 zu sehen.

Unschwer zu erkennen ist auch, dass nur zwischen den beiden Ästen ein homogenes Magnetfeld herrscht, im restlichen Raum liegt ein inhomogenes Magnetfeld vor, wie es am rechten Rand angedeutet ist.

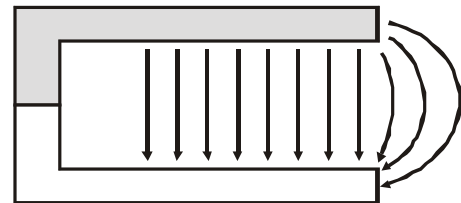


Abb.2: homogenes Magnetfeld beim Hufeisenmagneten

3. Messapparatur

Wir hatten bereits im letzten Jahr eine eigene Schaltung entwickelt, mit der wir das Magnetfeld messen in zwei Dimensionen messen konnten. Allerdings war diese Messmethode noch nicht ganz ausgereift, wodurch sich Messungenauigkeiten ergaben. Der Grund hierfür war, dass wir die Werte der „kleinen“ Bauteile wie Widerstände und Kondensatoren mehr durch Herantasten als durch Berechnung ermittelt haben.

Da wir für unser neues Projekt aber eine höhere Messgenauigkeit benötigen, gingen wir von der exemplarischen Schaltung des Herstellers (Philips) aus. Diese modifizierten wir nach unseren Bedürfnissen, so dass die Schaltung ein wenig kompakter und die Bausteine mit der Spannungsversorgung symmetrisch angesteuert wurden. (Schaltplan: siehe Anhang)

3.1 Magnetfeldsensoren

Der zentrale Teil unseres Feldplattensensors ist eine Wheatstone'sche Brückenschaltung aus vier magneto-resistiven Widerständen. Was ist magneto-resistiv?

Magneto-resistiv heißt, dass sich der Leitwert des Widerstandes unter Einwirkung eines Magnetfeldes ändert. Dies wird dadurch herbeigeführt, dass die Elektronen, die durch den Widerstand fließen, aufgrund der Lorentzkraft, die senkrecht zu der Elektronenflussrichtung und dem Magnetfeld wirkt, abgelenkt werden. Dadurch verringert sich der Leitwert des Widerstandes. In unserem Falle besteht der Widerstand aus einer Halbleiterplatte, daher auch der Name „Feldplattensensor“: die Platten messen indirekt das magnetische Feld.

Die Brücke besteht aus vier gleichen magneto-resistiven Widerständen mit unterschiedlicher Ausrichtung - angedeutet durch die beiden Pfeile.

Die beiden Widerstandspaare R_1 und R_2 sowie R_3 und R_4 bilden jeweils einen Spannungsteiler. Da sie mit der gleichen Spannung versorgt werden, sind die Teilspannungen $+V_0$ und $-V_0$ gleich groß, wenn die Teilverhältnisse gleich groß sind. Vergrößert sich nun der Widerstandswert von R_1 und

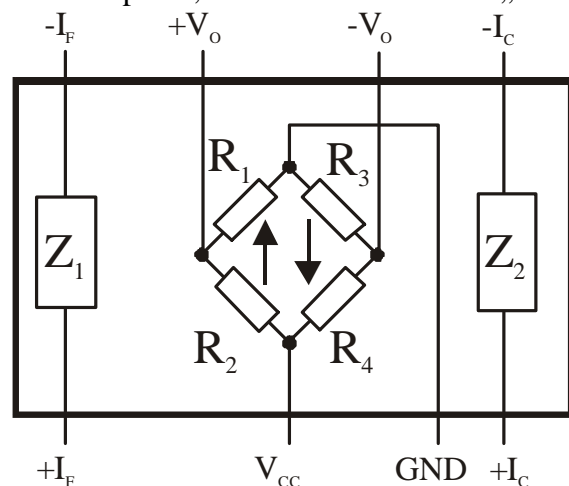


Abb.3: Aufbau der Feldplattensensoren



verringert sich der von R_2 , so nimmt die Spannung $+V_0$ ab. Da sich dabei aber gleichzeitig R_3 verkleinert und R_4 vergrößert, nimmt die Spannung $-V_0$ zu: zwischen $-V_0$ und $+V_0$ tritt also eine Spannungsdifferenz auf. Diese kann weiterverarbeitet und werden und liefert letztendlich eine Aussage über das magnetische Feld.

Neben dieser Brückenschaltung befinden sich im Baustein noch zwei Spulen. Die Spule Z_1 wird als Flip-Spule bezeichnet, während Z_2 eine Kompensations-Spule darstellt. Mit der Flip-Spule kann die Vormagnetisierung der magnetoresistiven Platte auf positives oder negatives Vorzeichen bezüglich der Ausrichtung des Bauelementes eingestellt werden. Außerdem kann nach Einwirken eines starken Magnetfeldes die Platte in den Ausgangszustand zurück geführt werden. Diese Polarisierung wird dadurch erzielt, dass die Spule kurzzeitig unmittelbar am Ort des Sensors ein starkes Magnetfeld generiert.

Die Kompensations-Spule Z_2 erzeugt dagegen ein erheblich schwächeres Magnetfeld, dass dazu benutzt wird, um die Spannung zu kompensieren und die Brücke auf Null abzugleichen. Der Strom für die Erzeugung dieses Magnetfeld wird so eingestellt, dass das entstehende Magnetfeld am Ort des Sensors die gleiche Stärke hat wie das anliegende Magnetfeld, bei uns das Erdmagnetfeld. Die dafür notwendige Spannung steht für eine weitere Auswertung als Signal zur Verfügung.

Da die Lorentzkraft auf bewegte Ladungen den magnetoresistiven Effekt bewirkt, spielt auch die Ausrichtung von Feldplatte und den magnetischen Feldlinien eine Rolle. Verlaufen die Feldlinien senkrecht zum Sensor, so ist ihre Wirkung am größten, verlaufen sie dagegen parallel dazu, so tritt keine Wirkung ein. Je stärker das wirksame Magnetfeld wird, um so größer wird der Widerstand auf der rechten.

3.2 Flip-Generator

Für die ordnungsgemäße Funktion der Flipspule auf die oben beschriebene Art und Weise, benötigen wir einen äußerst kurzen und starken Impuls. Laut Datenblatt des Sensors benötigen wir hierfür eine Stromstärke von etwa einem Ampere pro Sensor und eine ideale Impulslänge von 3 μs . Um unseren Sensoren mit diesen hohen Strömen versorgen zu können und dabei auch die zeitliche Länge von nur 3 μs gewährleisten können, benötigen wir folgenden Aufbau:

Mit einem Operationsverstärker des Typs LM741 erzeugen wir durch die Ansteuerung der Eingänge mit einem Kondensator und einem Widerstand gegen +9V. Dieses Signal, wir nennen es Flip-Sync, wird über zwei parallel geschaltete Kondensatoren und damit verbundenen Widerständen geführt, so dass kurze, etwa 3 μs lange Impulse entstehen. Zwei anti-parallel geschaltete Zenerdioden sorgen dafür, dass das Signal genau auf 0 V liegt wenn kein Impuls erzeugt wird, damit in diesem Fall keine Spannung an den Transistoren anliegt und somit auch keine Flip-Spannung die Spulen zur Erzeugung eines Magnetfeldes anregt, welches ansonsten die Messungen verfälschen würde.

Mit diesen Impulsen wird also eine Transistorschaltung angesteuert, die einen ausreichend hohen

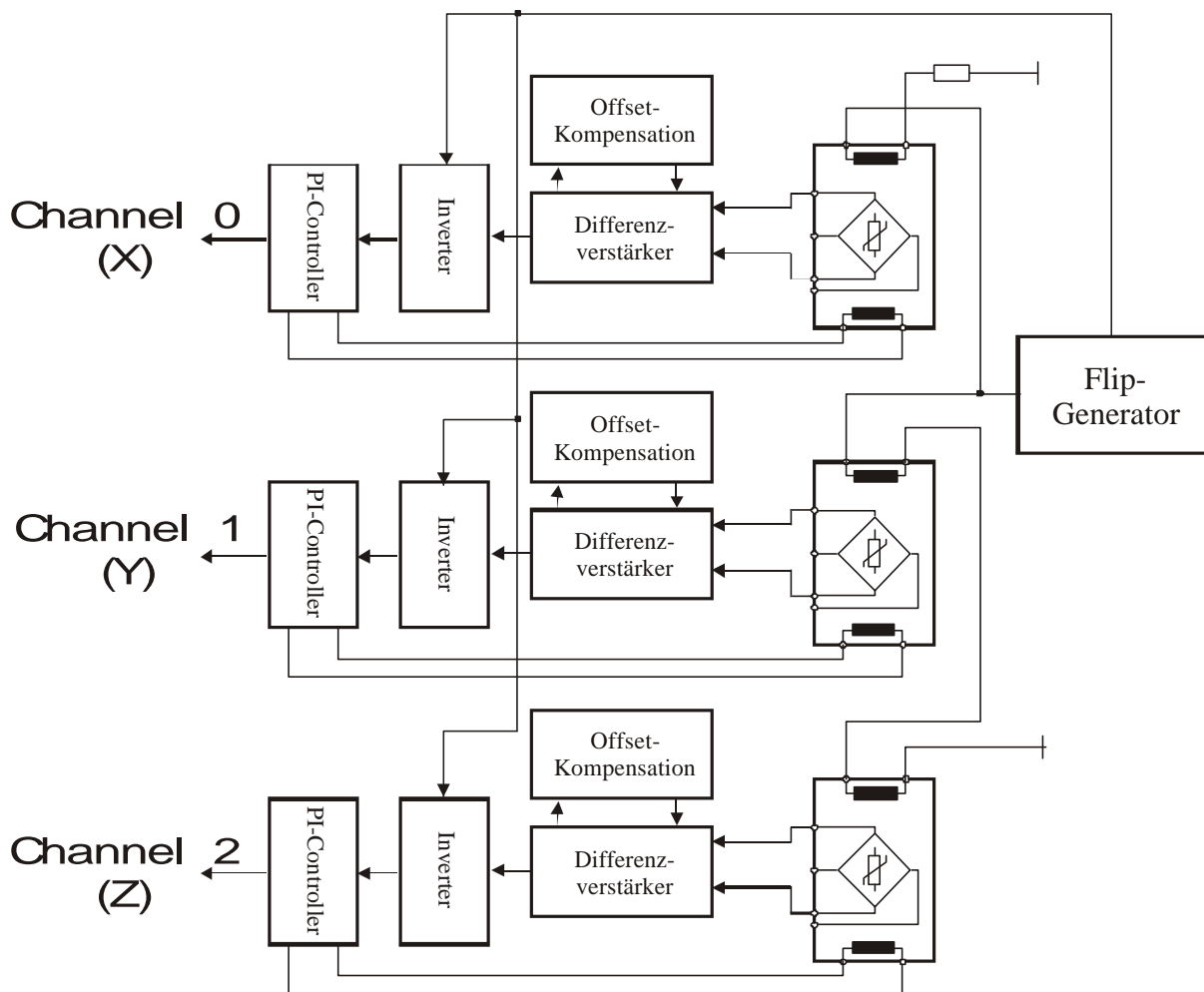


Abb.4: Blockschaltskizze unserer Elektronik

Strom von insgesamt etwa 3 A für die Spulen erzeugen kann, die dafür benötigte Ladung wird von zwei ELKO's geliefert, um ein Zusammenbrechen der Versorgungsspannung zu vermeiden. Die Kollektoren der Transistoren BD 647 bzw. BD 648 sind an +9 bzw. -9 V angeschlossen. Wenn jetzt ein positives Signal vom Operationsverstärker an der Basis des BD 647 ankommt, so wird dieser leitend, der BD 648 nicht. Kommt ein negativer Impuls beim BD 647 an, reagiert dieser nicht, der BD 648 wird allerdings leitend. Das am gemeinsamen Emitteranschluss erzeugte Signal (Flip) geben wir dann in unsere Mess-Sensoren. Da die Impulse extrem kurz sind, brauchen die Transistoren nicht gekühlt zu werden.

Damit diese starken Impulse nicht die Signale unserer Messleitungen verfälschen, werden sie über eine gesonderte Koaxialleitung zu unseren Sensoren geführt.

3.3 Messkanäle

Die Messkanäle sind auf gesonderten Platinen untergebracht. Die Absicht dahinter ist die Minimierung des Platzaufwandes, da ursprünglich ein wesentlich kleineres Gehäuse angedacht war. Die Platinen werden auf die Bodenplatine mit der Flip-Erzeugung aufgesteckt. Ein weiterer Effekt hierbei ist, die bessere Abschirmung gegenüber den Flip-Impulsen.



Jeder Sensor hat einen separaten Messkanal, der für die Ansteuerung der Kompensations-Spule und für die Verstärkung der Ausgangsspannungen sorgt. Hierfür benötigen wir mehrere Instanzen:

3.3.1 Differenzverstärker

Die Ausgangsspannung der Sensoren liegt an den Eingängen eines der Operationsverstärkers des von uns genutzten 4fach-Operationsverstärkers vom Typ LM324 an. Dieser bildet die Differenz der beiden Messsignale und verstärkt diese um das etwa 300fache.

3.3.2 Offset Kompensation

Da die Signale äußerst schwach sind, ist die Auswertung sehr kompliziert, falls man sich nicht auf die Genauigkeit der Messwerte verlassen kann. Da aber sowohl die Sensoren als auch die normalen Operationsverstärker meistens eine bautechnisch begründete Ungenauigkeit aufweisen, muss man versuchen, diese Genauigkeit zu erzwingen. Dieses geschieht mit einer Integrator-Schaltung, der Offset-Kompensation. Diese bekommt an ihrem Eingang das Signal von dem Differenzverstärker. Wenn kein Magnetfeld am Sensor anliegt, erzeugt dieser ein symmetrisches Signal. Legt man ein Magnetfeld an, so verschiebt sich die Spannung ein wenig in den positiven Bereich oder in den negativen Bereich, je nach Art des Magnetfeldes. Der Integrator summiert diese beiden Werte. Solange diese beiden Werte den gleichen Betrag haben, bleibt der Ausgang des Operationsverstärkers auf Masse. Sobald sich aber die Beträge unterscheiden, wird der Ausgang des Operationsverstärkers entsprechend nachgeregelt. Da der Ausgang der Offset-Kompensations-Schaltung an den Eingang des Differenzverstärkers angeschlossen ist, regelt die Integrator-Schaltung das Signal so, dass am Eingang der Offset-Kompensation wieder symmetrische Signale anliegen.

3.3.3 Inverter

Durch die Flip-Impulse in entgegengesetzter Richtung werden die Vorzeichen der Ausgangssignale des Sensors andauernd vertauscht. Um diese Umpolung der Messwerte rückgängig zu machen, müssen die Messsignale entsprechend der Polung der Flipspule entweder invertiert oder nicht invertiert werden. Dieses muss exakt im Rhythmus des Flip-Signals geschehen.

Damit wir dieses gewährleisten können, wird das Invertieren durch einen Schalter betätigt, der durch das bereits erwähnte Signal Flip-Sync gesteuert wird. Wird das Flip-Sync-Signal positiv, so wird der Schalter geschlossen und somit der positive Eingang des Operationsverstärkers auf Masse gelegt. Daraus ergibt sich eine Invertierung des Messsignals.

3.3.4 Proportionalitäts-Integral-Controller

Dieses Bauelement unserer Schaltung besteht eigentlich aus zwei Baugruppen - dem Integral- und dem Proportionalitäts-Controller.

Die Aufgabe dieser beiden Gruppen ist es, den Sensor zu kompensieren, so dass die Ausgänge



kein Signal mehr liefern. Die dafür benötigte Spannung wird dann zur eigentlichen Berechnung des zu messenden Magnetfeldes verwendet, diese Methode ist wesentlich präziser, als das Magnetfeld direkt zu messen.

Die Kombination von Integral- und Proportionalitäts-Controller führt dazu, dass wir sowohl sehr schwache als auch mäßige Magnetfelder innerhalb kürzester Zeit kompensieren können.

3.4 Messkopf

Da die Sensoren nur in die Komponente des Magnetfeldes messen können, die längs ihrer Richtung verlaufen, muss man für eine komplette dreidimensionale Erfassung des Magnetfeldes, auch drei Sensoren verwenden.

Für die Konstruktion des Messkopfes haben wir die Bauteile auf kleine Platinen gelötet und diese auf einen im Querschnitt quadratischen Acrylglas-Stab geklebt. Die Anordnung der Platinen ist wie in Abb. 5 dargestellt.

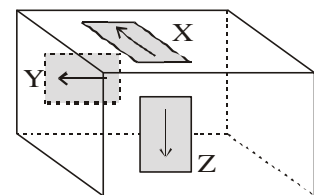


Abb.5: Ausrichtung der Sensoren

Alle drei Sensoren sind rechtwinklig zueinander angeordnet, so dass

sie einen rechten Winkel im Raum (wie im Koordinatensystem die X-, Y-, Z-Achsen) bilden. Jeder Sensor misst also eine Raum-Komponente des magnetischen Feldes. Da für jeden Sensor eine Messplatine zuständig ist, laufen die Messleitungen getrennt bis zu einer weiteren aufgeklebten Platine, an die die Kabel von der Messstation angelötet werden.



Abb.6: Der Messkopf

Um die Flip-Impulse auf die einzelnen Sensoren zu verteilen, verwenden wir eine gemischte Schaltung. Diese besteht aus zwei parallelen Schaltungsästen, wobei der eine Ast aus zwei in Reihe geschalteten Flip-Spulen und der andere aus der übrigen Flip-Spule und einem dazu

in Reihe geschalteten Widerstand, der den Betrag des für die Sensoren typischen Flip-Widerstandes hat.

4. Auswertung der Daten

Nachdem der technische Teil bewältigt war, was sich allerdings als langwieriger und komplizierter herausstellte, als im Voraus geplant, ging es an die Auswertung der Messdaten, oder vielmehr zunächst an die Aufnahme von Messwerten.

4.1 Aufnahme der Messwerte

Dazu verwendeten wir im wesentlichen einen X-Y-Schreiber, einen Computer und eine Messkarte des Typs PC20.

Unsere erste Überlegung war gewesen, den Messkopf in den X-Y-Schreiber einzuspannen, einen Magneten fest darüber zu montieren und anschließend den Messkopf einen gewissen Bereich



abfahren zu lassen. Da allerdings der Messkopf aufgrund des dicken Kabels ein wenig unflexibel ist, spannten wir stattdessen den Magneten in den X-Y-Schreiber ein, und montierten den Messkopf an einem Stativ höhenverstellbar darüber.

Die Ausgänge unserer eigentlichen Messapparatur wurden auf drei Eingänge der PC20-Messkarte gelegt. Diese Messkarte skaliert die anliegende Spannung auf einen Integer-Wert im Bereich von 0 bis 4096.

Die Steuerung des X-Y-Schreibers erfolgt ebenfalls über die Messkarte, hierbei benutzen wir zwei Ausgänge der Messkarte, um eine bestimmte Spannung zu generieren, die dann den X-Y-Schreiber dazu anregt, sich in eine bestimmte Position zu begeben.

Für unsere Messerfassung hieß das, dass nahezu der gesamte Messvorgang automatisiert wurde. Dieses geschieht mit Hilfe eines kleinen Programmes, dessen Struktur in

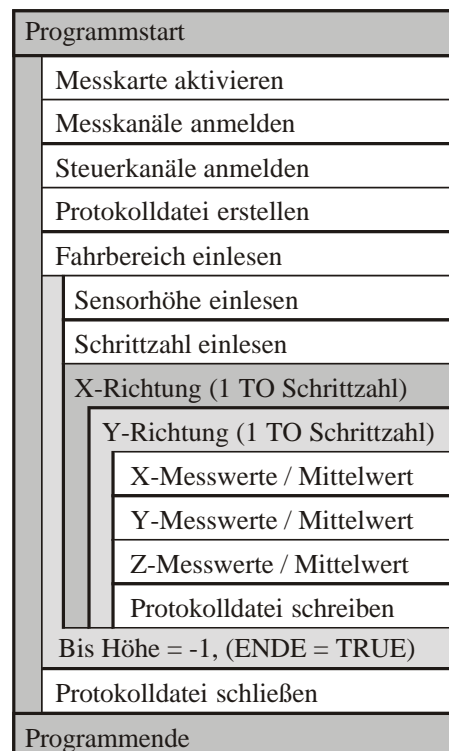


Abb.8: Struktogramm der Messerfassung

Abbildung 8 zu sehen ist. Zunächst wird eine Protokolldatei erzeugt, anschließend wird die Kantenlänge der abzufahrenden Fläche, die Höhe des Messkopfes über dem Magneten, die manuell zu messen ist, und die Anzahl der Schritte, mit der die Fläche abgefahren werden soll. Nachdem diese Werte bekannt sind, wird der X-Y-Schreiber in Bewegung versetzt. Dabei fährt er immer zu dem nächsten Punkt, wartet dort kurz, damit der Schreiber wirklich zur Ruhe kommt, dann wird eine kurze Messreihe vorgenommen, aus der der Mittelwert gebildet wird. Auch hier liegen noch einmal kurze Abstände zwischen den Messungen. Sobald dieser Vorgang für alle drei Messkanäle abgeschlossen ist, fährt der Schreiber zur nächsten Position, wartet kurz, nimmt die Messungen und so weiter, bis der gesamte Bereich abgefahren ist. Die dabei aufgenommen Messwerte für die einzelnen Kanäle werden zusammen mit den dazugehörigen Positionen in die Protokolldatei geschrieben. Ist der Messvorgang abgeschlossen, wird die Protokolldatei wieder geschlossen.

4.2 Auswertung und Darstellung der Messwerte

Zunächst mussten wir uns hier Gedanken über die Art der Auswertung machen. Schließlich kamen wir auf die Idee, die Messdaten in ein dreidimensionales Koordinatensystem einzuzeichnen. Da allerdings bei einer zweidimensionalen Zeichenfläche die dritte Dimension projiziert werden muss, ist es sehr schwierig, hier die tatsächliche Position der Vektoren zu bestimmen. Daher überlegten wir uns, dass wir das Koordinatensystem drehbar machen müssten, um somit den Blick auf die Messwerte aus mehreren Perspektiven zu ermöglichen.



4.2.1 Erzeugung des Koordinatensystems

Zunächst wird im Programm der Nullvektor definiert. Anschließend werden die Längen der Achsen sowohl für den positiven als auch für den negativen Bereich definiert. Nun werden die Standard-Einheitsvektoren für das Koordinatensystem definiert, also die Lage des Koordinatensystems ohne jegliche Verdrehung. Diese werden in zweidimensionalen Koordinaten angegeben, daher gilt für die X-Achse der Vektor $(1|0)$ und für die Y-Achse der Vektor $(0|1)$. Nun stehen wir genau vor dem Problem mit der Z-Achse, da wir ja nicht aus dem Bildschirm herauszeichnen können. Daher projizieren wir die Z-Achse so, dass es für den Betrachter erscheint, er gucke leicht nach rechts versetzt und von oberhalb der Achse auf sie herab. Der Vektor lautet hierbei für die Standard-Darstellung $(0,833|0,5)$, entspricht also einem Projektionswinkel von 45° .

Nun wird das Koordinatensystem gezeichnet. Dabei wird zunächst das Skalarprodukt aus der aktuellen Position der Einheitsvektoren und den Achsen des Koordinatensystems gebildet. Dieses wird allerdings erst später für uns von Interesse sein. Anschließend wird die Skalierung des Zeichenfensters der Länge der zu projizierenden Achsen angeglichen. Für das tatsächliche Zeichnen der Koordinatenachsen bedienen wir uns einer Prozedur zum Zeichnen von dreidimensionalen Vektoren.

Für das Ausführen dieser Prozedur werden zunächst zwei Ortsvektoren benötigt, welche Anfang und Ende der zu zeichnenden Strecke bestimmen. Damit ist es uns auch möglich Vektoren zu zeichnen, die frei im Raum liegen und nicht nur solche Vektoren, die den Ursprung als einen ihrer Endpunkte haben. In dieser Prozedur werden die Ortsvektoren zunächst mit dem Einheitsvektor gestreckt oder gestaucht. Im Falle des Koordinatensystems ist dieses Transformieren nicht für uns Bedeutung, da dieses in einer anderen Prozedur übernommen wird. Um allerdings Vektoren in dieses System einzuzeichnen, müssen wir diese ja der Drehung des Koordinatensystems anpassen.

Anschließend werden die beiden Ortsvektoren auf die zweidimensionale Ebene projiziert. Dazu wird die X-Komponente des zweidimensionalen Vektors zusammengesetzt aus der X-Komponente des ursprünglichen, dreidimensionalen Vektors und der an den Projektionswinkel angepassten Z-Komponente des dreidimensionalen Vektors. Die Y-Komponente setzt sich dementsprechend aus der Y-Komponente und der angepassten Z-Komponente des dreidimensionalen Vektors zusammen.

Für das Zeichnen der Strecke zwischen diesen beiden Ortsvektoren verwenden wir die Pascal-eigenen Befehle `_MoveTo` und `_LineTo`, indem wir den Stift zur Position des ersten Vektors fahren lassen und dann eine gerade Linie zur Position des zweiten Vektors zeichnen lassen.

Mit dieser Prozedur zeichnen wir nun also unsere Koordinatenachsen vom Ursprung bis zu den jeweiligen Maximal- bzw. Minimalwerten. Damit haben wir unser dreidimensionales Koordinatensystem und können die Messwerte einzeichnen lassen.

Um das Koordinatensystem drehen zu können, müssen wir die Einheitsvektoren verändern. Bei



einer Drehung um eine Achse des Systems ist diese Umformung noch recht einfach. Nehmen wir an, wir drehen das System um den Winkel φ um die Z-Achse, so dreht sich die X-Achse um den Winkel φ und so dreht sich auch die Y-Achse um den Winkel φ . Die sich daraus ergebenden neuen Einheitsvektoren lassen sich recht einfach über die trigonometrischen Funktionen errechnen. Doch bei einer Drehung um zwei Achsen wird diese Berechnung schon deutlich schwieriger, von einer Drehung um alle drei Achsen ganz zu schweigen.

Wir bemühten uns eine Funktion dafür herzuleiten, allerdings ergab sich diese Funktion beim Testen als falsch. Beim Nachschlagen in der Fachliteratur stießen wir auf folgende Transformations-Determinante:

$$\Delta = \begin{vmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ n_1 & n_2 & n_3 \end{vmatrix}$$

	X'	Y'	Z'
X	l_1	l_2	l_3
Y	m_1	m_2	m_3
Z	n_1	n_2	n_3

Tab.1: Zusammenhang der Richtungskosinusse

Hierbei stehen die Variablen l, m und n für den Richtungskosinus der neuen Position der Achsen in Bezug auf die alten. Eine tabellarische Darstellung der Zusammenhänge ist in Tab. 1 zu sehen.

Die Richtungskosinusse lassen sich dann anhand der trigonometrischen Funktionen herleiten. Wenn man der Methode des Mathematikers Euler folgt, so benötigt man dafür die drei Winkel ϑ , ψ und φ . Der Winkel ϑ beschreibt den sogenannten

Nutationswinkel, der Winkel ψ steht für den Präzessionswinkel und der Winkel φ steht für den Winkel der reinen Drehung.

Der Nutationswinkel beschreibt hierbei einfach den Winkel zwischen der alten und der neuen Z-Achse.

Der Präzessionswinkel ist das schon ein wenig komplizierter. Kippt man die XY-Ebene, so ergibt sich eine neue X'Y'-Ebene, die sich mit der XY-Ebene überschneidet. An dieser Stelle, an der sich die beiden Ebenen schneiden, kann man sich eine Gerade denken, die vom Ursprung entlang dieser Schnittkante verläuft. Der Präzessionswinkel entspricht jetzt dem Winkel, der zwischen der X-Achse und der sich ergebenden Schnittgerade besteht.

Der Winkel der reinen Drehung steht erneut im Zusammenhang mit der Schnittgeraden. Er entspricht dem Winkel, der zwischen dieser Schnittgeraden und der X'-Achse liegt.

Die Berechnung der Richtungskosinusse tätigte Euler folgendermaßen:

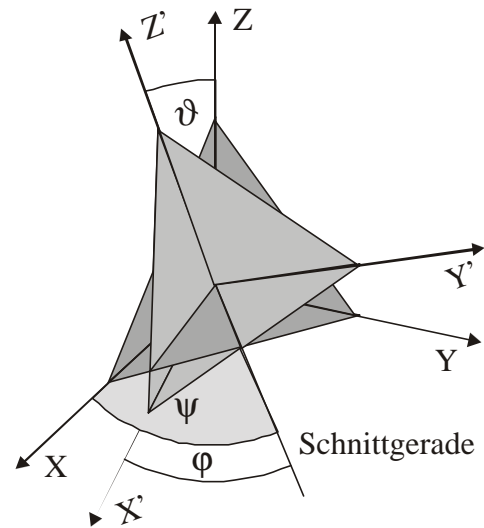


Abb.9: Die drei Eulerschen Winkel



$$l_1 = \cos \psi \cdot \cos \varphi - \cos \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi$$

$$m_1 = \sin \psi \cdot \cos \varphi + \cos \vartheta \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi$$

$$n_1 = \sin \vartheta \cdot \sin \varphi$$

$$l_2 = -\cos \psi \cdot \sin \varphi - \cos \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \cos \varphi$$

$$m_2 = -\sin \psi \cdot \sin \varphi + \cos \vartheta \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi$$

$$n_2 = \sin \vartheta \cdot \cos \varphi$$

$$l_3 = \sin \vartheta \cdot \sin \psi$$

$$m_3 = -\sin \vartheta \cdot \cos \psi$$

$$n_3 = \cos \vartheta$$

Da dieser Algorithmus genau das macht, was wir benötigten, nämlich die Veränderung unserer Einheitsvektoren, verwendeten wir ihn in unserem Programm, auch wenn wir den Berechnungen Euler's nicht ganz folgen konnten und verschoben das wirkliche Verstehen dieser Berechnung zunächst auf ein anderes Mal.

Mit diesen veränderten Einheitsvektoren können wir dann das Koordinatensystem neu zeichnen. Um in dieses veränderte Koordinatensystem Vektoren einzutragen, müssen wir sie mit der bereits beschriebenen Darstellungs-Prozedur an die Lage der Einheitsvektoren anpassen.

Mit Hilfe dieses Algorithmus' haben wir nun eine Möglichkeit unser Koordinatensystem samt der darin enthaltenen Daten drehen.

4.2.2 Einzeichnen der Messwerte

Unsere ursprüngliche Idee, die Messwerte als Vektoren mit dem Positionsvektor und dem Messvektor als Endpunkte einzuzichnen, scheiterte zunächst an der Unübersichtlichkeit, die entsteht, wenn man mehr als 50 Messpunkte einzeichnen ließ. Da allerdings bei einer so geringen Anzahl an Messwerten kaum ein aussagekräftiges Abbild entsteht, mussten wir auf eine andere Methode ausweichen.

Diese andere Methode besteht darin, dass wir - anstatt die Richtung des Feldes mit in unsere Darstellung einzuzichnen - nur die Feldstärke einzeichneten. Dabei geht zwar die direkte Richtungsinformation verloren, doch ohne diese Reduzierung würde man bei einer so hohen Anzahl an Messwerten nichts mehr erkennen. Für diese Darstellung benutzten wir die X- und Z-Koordinaten um die Position bei der Messung zu markieren. Zu jedem dieser Punkte zeichneten wir dann an der Y-Achse die Feldstärke ein. Um diese Darstellung noch ein wenig deutlicher zu machen, zeichneten wir dann ein Netz ein. Dieses Netz verbindet jeden Messpunkt mit den umliegenden Messpunkten.



5. Ergebnisse

5.1 Gemessene Felder

Aus Zeitgründen kamen wir leider nicht mehr dazu sonderlich viele verschiedene Messreihen aufnehmen zu können. Im wesentlichen haben wir uns deshalb bei den Versuchen auf Messungen mit einem kleinen Stabmagneten beschränkt.

Bei den ersten Messungen fuhren wir ein Gebiet von 5 x 5 cm in einem 1cm-Raster ab. Dabei ergaben sich 25 Messwerte, die man schnell darstellen konnte. Da allerdings die Anzahl der Messwerte nicht ausreichte, um wirklich etwas erkennen zu können, gingen wir sehr bald zu Messungen mit mindestens 10 Schritten pro Seite über. Bei 100 Messwerten konnte man dann schon eher etwas erkennen. Eine dieser Messung, allerdings mit einer Schrittzahl von 20 pro Seite, ergab dann das Netz, das in Abbildung 10 zu sehen ist. Dabei ist

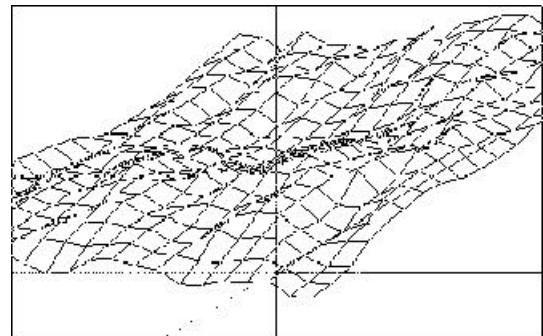


Abb.10: grafische Darstellung der Messergebnisse bei 5x5 cm und 20 Schritten pro Seite

eindeutig der Verlauf der Feldstärken zu sehen - je weiter wir uns im Koordinatensystem bewegen, um so größer wird die Feldstärke. Dieses ist darauf zurückzuführen, dass unser Messkopf nicht exakt in der Mitte des Koordinatensystems positioniert war, sondern vielmehr in eben diesem hinteren Bereich. Allerdings bemerkten wir bei dieser Grafik, dass der Verlauf eigentlich da aufhörte, wo es dann interessant wurde.

Daher wählten wir für die weiteren Messungen einen größeren Bereich zum Messen. Leider mussten wir feststellen, dass einer unserer Messkanäle defekt war, so dass wir nur noch zwei Komponenten des Feldes ausmessen konnten. Doch auch bei diesen ergab sich ein interessantes Bild. So zeigt die Abbildung 11 das Messpunkt-Netz einer Messung mit einer Schrittzahl von 35

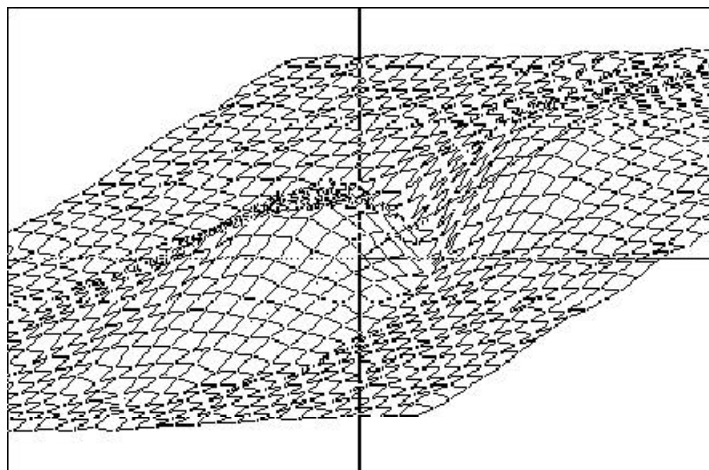


Abb. 11: Z-Komponente der Feldstärke, 16x16cm, 35 Schritte

pro Seite und einer Seitenlänge von 16 cm. Sehr gut zu erkennen ist die Veränderung der Feldstärke um die Mitte des Koordinatensystems herums. Ein-gezeichnet ist nur die Feldstärken-Komponente die auf den Z-Sensor wirkt. Die dazugehörige Darstellung der Feldstärken-Komponente in Richtung des Y-Sensors ist in Abbildung 12 zu sehen. Bei diesem zeigt sich ebenfalls an der entsprechenden Stelle



eine Veränderung der Feldstärke. Diese wird zunächst geringer, nimmt aber anschließend wieder zu, so dass sich eine Art „Hügel“ in einem „Tal“ bildet.

Bei der Kombination aller drei Feldstärken sollte sich ein Hügel in der Mitte ergeben. Da aber leider der X-Kanal keine brauchbaren Messwerte lieferte, sondern vielmehr nur noch das Hochlaufen der Ausgangsspannung

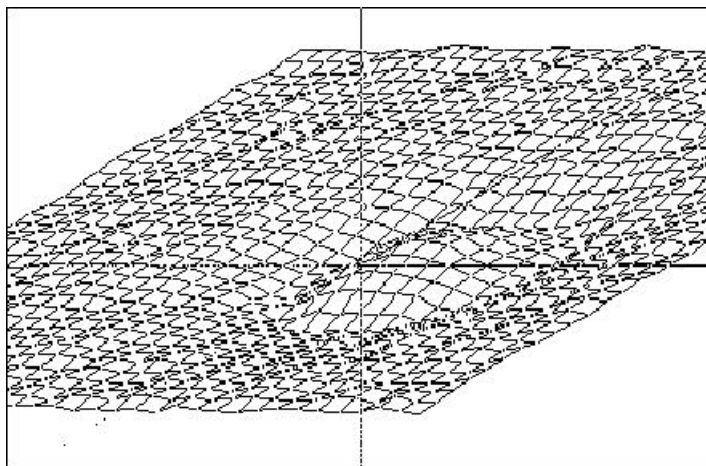


Abb. 12: Y-Komponente der Feldstärke, 16x16cm, 35 Schritte

durch den Integrator, konnten wir diese Annahme nicht überprüfen.

Wir überlegten uns nun, dass der andere Pol des Magneten doch ein deutlich unterschiedliches Bild aufweisen müsste. Daher nahmen wir ein paar Messungen auf, für welche wir den Magneten umgekehrt in die Halterung steckten. Die Feldstärke die wir dabei mit dem Z-Sensor gemessen

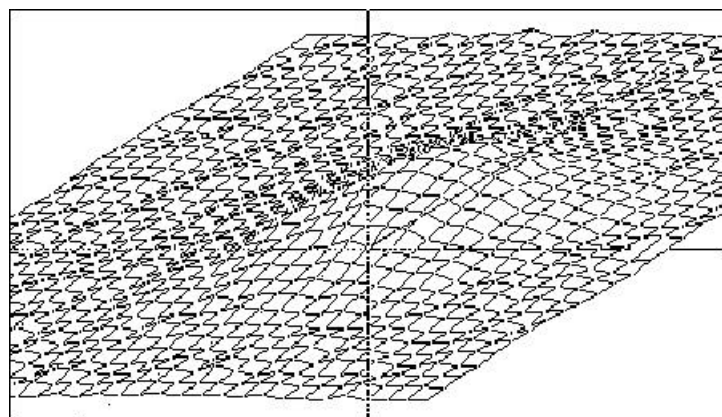


Abb. 13: Y-Komponente der Feldstärke bei umgedrehtem Magneten, 16x16cm, 35 Schritte

haben, zeigt kaum Veränderungen. Ganz im Gegensatz zu der Komponente des Y-Sensors. Dieser zeigt jetzt nur noch Werte im positiven Bereich auf. Die dazugehörige Grafik ist in Abb. 13 zu sehen.

Leider können wir bis jetzt noch nicht viel mehr als Beobachtungen anstellen, für eine wirkliche Auswertung fehlt uns noch die entsprechende Zahl an Messwerten. Aber es ist bereits deutlich zu erkennen, dass wir mit

unserer Apparatur und dem dazugehörigen Programm zwar noch nicht das gesamte magnetische Feld, aber doch zumindest schon die Feldstärke in einer bestimmten Ebene darstellen können.

5.2 Fehlerquellen

Interessant für uns ist natürlich, wie genau unsere Apparatur misst. Um dazu die Reproduzierbarkeit der Messwerte mit unserer Apparatur zu testen, nahmen wir drei Messreihen nahezu direkt hintereinander auf mit genau denselben Bedingungen.

Die dabei entstehenden Messdaten fügten wir in eine Tabelle in Excel 97 ein, errechneten die Mittelwerte und die relative Abweichung unserer Messwerte von diesem Wert. Dabei stellte sich heraus, dass unsere Werte bis zu 10% Abweichung voneinander haben.



Diese Messungenauigkeit ist auf mehrere Ursachen zurückzuführen. Der erste Grund hierfür sind die Messsensoren selber. Trotz der verbesserten Schaltung dürfte hier immer noch eine leichte Ungenauigkeit bei der Erzeugung der Rohdaten selbst sein. Zum einen durch die Schwankungen in der Spannungsversorgung, zum anderen durch das Flip-Signal, das trotz aller Abschirmungsmaßnahmen immer noch auf den meisten Signalleitungen durchschlägt.

Weiterhin dürfte auch die Messmethode noch zu verbessern sein, denn da der XY-Schreiber mit elektrischen Motoren arbeitet, dürften auch diese ein magnetisches Feld erzeugen. Dieses versuchen wir zwar dadurch zu kompensieren, dass wir den Schreiber ein wenig verzögert fahren lassen. Allerdings können wir die Verzögerung auch nicht zu hoch einstellen, da ansonsten eine Messung mehrere Stunden dauern würde. Für eine Messung mit 10000 Messwerten benötigten wir bereits anderthalb Stunden, nur um anschließend festzustellen, dass unser Programm diese Datenflut nicht bewältigen konnte.

Auch die Umgebung darf nicht außer Acht gelassen werden, so lief während der Messungen in etwa einem Meter Abstand zum Versuchsaufbau ein Lautsprecher. Zudem kann schon allein eine kleine Verdrehung des Messkopfes bereits eine Veränderung der Messwerte ergeben.

5.3 Ideen zur Verbesserung

Unser Projekt ist bei weitem noch nicht ausgereift. Zum einen gilt es, die Messgenauigkeit noch zu verbessern. Dieses könnte man unter anderem bewerkstelligen, indem man ein Tiefpass-Filter in die Schaltung mit einbaut, der bei den Signalen das Durchschlagen der Flip-Impulse verhindert. Zudem wollen wir den Aufbau der Platinen im Inneren des Gehäuses noch verbessern, da sich die Aufsteck-Struktur als nicht besonders zuverlässig erwiesen hat. Da allerdings die Zeit immer knapper wurde, hatten wir diese Umbaumaßnahmen zunächst auf später verschoben.

Weitere zu verbessernde Punkte liegen auf der Programmierenebene. So ist unser eigentliches Ziel das Magnetfeld mehr als plastisches Feld darzustellen noch lange nicht erreicht. Dazu muss zum einen die Messmethodik noch verändert werden, so dass wir den Sensor um das zu messende magnetische Feld fahren lassen können. Weiterhin ist zu überlegen, das Programm in einer anderen Sprache zu verfassen, da dem Pascal aufgrund seiner DOS-Arbeitsumgebung ein paar wesentliche Schranken auferlegt sind.



6. Literaturliste

- [1] Algebra und Geometrie: Hrsg. Prof. Dr. K. Bögel, 1967;
Harri Deutsch Verlag, Zürich;
- [2] Schülerduden Physik: Hrsg. Prof. Dr. Klaus Bethge, 1995;
Bibliographisches Institut & F.A. Brockhaus AG, Mannheim;
- [3] Physik für Gymnasien, Sek.I: Hrsg. Gerd Boysen, Dr. Harri Heise u.a., 1991;
Cornelsen Verlag, Berlin;
- [4] Metzler Physik: Joachim Grehn, 1992;
Metzler Schulbuchverlag GmbH, Hannover;
- [5] Taschenbuch der Mathematik: Bronstein & Semendjajew, 1956;
Harri Deutsch Verlag, Zürich;

7. Danksagung

Wir danken unserem Betreuungslehrer StD Thomas Biedermann, der uns in vielerlei Hinsicht unterstützt hat und mit Rat und Tat zur Seite stand, wenn wir einfach nicht mehr weiterkamen.

Wir möchten uns auch bei dem Förderverein Jugend Forscht Hermannsburg bedanken, der durch finanzielle und materielle Spenden unsere Arbeit überhaupt erst ermöglicht hat.

Unser Dank gilt auch der Firma CONRAD, die uns die doch recht kostspieligen Bauteile zu günstigen Konditionen verkaufte.

Zudem danken wir auch Frau Biedermann für die leckere Verpflegung während der manchmal doch recht frustrierenden Forschungsnachmittage.